

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

ROGER ARTUR JÄHRING WANDERLEY

**ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO *LESSON STUDY* PARA A FORMAÇÃO DO
PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AULAS QUE PROMOVAM A CONSTRUÇÃO
DO CONCEITO DE VOLUME**

VITÓRIA-ES

2019

ROGER ARTUR JÄHRING WANDERLEY

**ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO *LESSON STUDY* PARA A FORMAÇÃO DO
PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AULAS QUE PROMOVAM A CONSTRUÇÃO
DO CONCEITO DE VOLUME**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a Maria Alice Veiga Ferreira de Souza

VITÓRIA-ES

2019

(Biblioteca do Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância - Cefor)

W245a Wanderley, Roger Artur Jähring .
Algumas contribuições do Lesson Study para a formação do professor de matemática em aulas que promovam a construção do conceito de volume / Roger Artur Jähring Wanderley. - 2019.
118 f.

Orientador: Maria Alice Veiga Ferreira de Souza

Dissertação(Pós-Graduação stricto sensu) Instituto Federal do Espírito Santo, Cefor, Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática, 2019.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Matemática - geometria. 3. Matemática - volume. 4. Lesson Study. I. Souza, Maria Alice Veiga Ferreira de . II. Título. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título.

CDD: 510.7

Bibliotecária: Viviane Bessa Lopes Alvarenga CRB/06-ES nº 745



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Autarquia criada pela Lei nº 11.892 de 29 de Dezembro de 2008
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ROGER ARTUR JÄHRING WANDERLEY

**ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO LESSON STUDY PARA A FORMAÇÃO DE
PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM AULAS QUE PROMOVAM A
CONSTRUÇÃO DO CONCEITO
DE VOLUME**

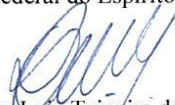
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, modalidade profissional, como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em 05 de Novembro de 2019

COMISSÃO EXAMINADORA


Profa. Dra. Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Instituto Federal do Espírito Santo
Orientadora


Prof. Dr. Luciano Lessa Lorenzoni
Instituto Federal do Espírito Santo


Prof. Dr. Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Instituto Federal do Espírito Santo


Profa. Dra. Márcia Gonçalves de Oliveira
Instituto Federal do Espírito Santo


Profa. Dra. Roberta D'angela Menduni-Bortoloti
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Autarquia criada pela Lei nº 11.892 de 29 de Dezembro de 2008
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ROGER ARTUR JÄHRING WANDERLEY

WANDERLEY, Roger Artur Jähring; SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de. **Volume:** uma ideia em construção. Vitória: Edifes, 2019. (Série Guias Didáticos de Matemática, nº 68)

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, modalidade profissional, como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em 05 de Novembro de 2019

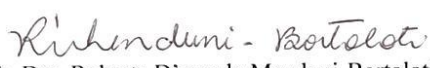
COMISSÃO EXAMINADORA


Profª. Dra. Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Instituto Federal do Espírito Santo
Orientadora


Prof. Dr. Luciano Lessa Lorenzoni
Instituto Federal do Espírito Santo


Prof. Dr. Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Instituto Federal do Espírito Santo


Profª. Dra. Márcia Gonçalves de Oliveira
Instituto Federal do Espírito Santo


Profª. Dra. Roberta D'angela Menduni-Bortoloti
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

DECLARAÇÃO DO AUTOR

Declaro para fins de pesquisa acadêmica, didática e técnico-científica, que a presente dissertação pode ser parcialmente utilizada, desde que se faça referência à fonte e ao autor.

Vitória, 05 de Novembro de 2019.



Roger Artur Jähring Wanderley

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por toda a força, esclarecimento e alegria de viver.

A minha querida esposa, Vanda, pela paciência e incentivo constantes.

Aos meus filhos, Isabela e Mateus, que tiveram que suportar minha ausência.

Aos meus pais, Jorge e Madalena, pelo apoio, incentivo e cuidado.

A minha orientadora, Maria Alice, pela orientação, paciência e dedicação para a realização deste trabalho e do meu desenvolvimento profissional.

Ao Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística

(GEPEME), em especial aos professores Luciano e Oscar que, com sugestões e críticas, contribuíram com este trabalho.

Aos alunos da disciplina Formação de Professores em Ciências e Matemática, que com compromisso e determinação contribuíram para a realização desta pesquisa.

Aos meus professores e colegas do EDUCIMAT, pelo aprendizado, companheirismo e apoio.

As professoras Roberta, Júlia e Márcia pelas contribuições ao trabalho.

A Prefeitura Municipal da Serra, cuja liberação me proporcionou o tempo necessário para estudo e desenvolvimento deste trabalho.

A Prefeitura Municipal de Vitória, a diretora da EMEF “Suzete Cuendet”, a professora e aos alunos que participaram da execução da aula.

“As palavras dos sábios são como agulhões, a coleção dos seus ditos como pregos bem fixados, provenientes do único Pastor. Cuidado, meu filho; nada acrescente a eles. Não há limite para a produção de livros, e estudar demais deixa exausto o corpo.”

Ec 12:11,12

RESUMO

Com o objetivo de contribuir para o desenvolvimento profissional do professor de matemática, focando na sua formação para a aprendizagem do aluno, esta pesquisa investigou contribuições do *Lesson Study* para a formação de professores de matemática em aulas que promovam a construção do conceito de volume. Essa abordagem, de origem japonesa, também se aplica à formação de professores, pois é desenvolvida pelos próprios professores de modo colaborativo, na prática e para a prática de ensino. Como percurso metodológico, escolhemos o próprio *Lesson Study*, pois possibilita identificar os conhecimentos específicos e pedagógicos mobilizados para a prática do professor que ensina Matemática. Escolhemos Fernandez, Yoshida, Fujii e Takahashi para *Lesson Study*; Ball, Thames e Phelps no que diz respeito à formação do professor e Lima e Bellemain para a grandeza volume, tendo em vista sua importância social e científica e suas conexões com os eixos geométrico e numérico. A pesquisa, de caráter qualitativo, foi desenvolvida em uma turma da disciplina Formação de Professores em Ciências e Matemática, com nove participantes que, de forma colaborativa, participaram do planejamento, execução e reflexão de uma aula para a construção do conceito de volume, em uma turma de 7º ano do ensino fundamental. Os resultados demonstraram vários indícios de que o *Lesson Study* contribuiu para mobilização de conhecimentos específicos e pedagógicos dos professores que ensinam matemática. Além disso, possibilitaram o desenvolvimento de um guia didático e um vídeo animação destinado aos professores de matemática sobre nossa experiência de elaboração de aula para a construção do conceito de volume.

Palavras-chave: *Lesson Study*, Formação de Professores, Conceito de Volume.

ABSTRACT

Aiming to contribute to the professional development of the mathematics teacher, focusing on their formation for student learning, this research investigated Lesson Study's contributions to the formation of mathematics teachers in classes that promote the construction of the concept of volume. This approach, of Japanese origin, also applies to teacher education, as it is developed by teachers themselves in a collaborative way, in practice and for the teaching practice. As a methodological path, we chose the Lesson Study itself, because it allows identifying the specific and pedagogical knowledge mobilized for the practice of the teacher who teaches Mathematics. We chose Fernandez, Yoshida, Fujii and Takahashi for Lesson Study; Ball, Thames and Phelps with regard to teacher training and Lima and Bellemain for volume greatness, given their social and scientific importance and their connections to the geometric and numerical axes. The qualitative research was developed in a class of the subject Teacher Training in Science and Mathematics, with nine participants who, collaboratively, participated in the planning, execution and reflection about a lesson for the construction of the volume concept in a fundamental grade class 7th. The results demonstrated several indications that the Lesson Study contributed to the mobilization the specific and pedagogical knowledges of the mathematics teachers. In addition, they made it possible to develop a didactic guide and a video animation for math teachers about our lesson elaboration experience to building the concept of volume.

Keywords: *Lesson Study*, Teacher Education, Volume Concept.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Espiral do <i>Lesson Study</i> .	43
Figura 2 - Conhecimentos do Professor.	46
Figura 3 - Quantidade de conteúdo desenvolvido pelo professor durante o ano letivo.	48
Figura 4 - Modelo de domínios da grandeza Volume.	49
Figura 5 - Blocos em Papelão Paraná.	54
Figura 6 - Blocos e bloquinhos em MDF.	54
Figura 7 - Planejamento presencial.	56
Figura 8 - Rota do Cefor para a EMEF Suzete Cuendet	57
Figura 9 - Volume no currículo de matemática da Prefeitura Municipal de Vitória.	59
Figura 10 – Disposição das carteiras da sala de aula em forma de “U” com duas “ilhas” no centro.	61
Figura 11 - Modelo dos bolos usados na atividade 1.	62
Figura 12 - Bolos 1 e 2 para comparação de volumes.	63
Figura 13 - Bolos 1 e 3 para comparação de volumes.	63
Figura 14 - Sacola com os blocos 1 e 2, e 40 bloquinhos.	65
Figura 15 - Representação do bloco 1 e do bloquinho	66
Figura 16 - Representação do erro 1.	66
Figura 17 - Representação do erro 2.	67
Figura 18 - Representação do erro 3.	67
Figura 19 - Representação do acerto 1.	68
Figura 20 - Representação do acerto 2.	68
Figura 21 - Representação do acerto 3.	68
Figura 22 - Exemplos de empilhamento com 24 u.v.	70
Figura 23 - Possível solução dos alunos para a medição dos bolos.	72
Figura 24 - Figuras que compõem o Quiz.	74
Figura 25 - Plano de aula 1: Objetivos.	77
Figura 26 - Plano de aula 1: Procedimento.	77
Figura 27 - Plano de aula 1: Complemento.	79
Figura 28 - Plano de aula 2: Objetivos.	79
Figura 29 - Plano de aula 2: Procedimento.	80
Figura 30 - Plano de aula 2: Complemento (parte 1).	81
Figura 31 - Plano de aula 2: Complemento (parte 2).	81
Figura 32 - Plano de aula 3: Objetivos.	83
Figura 33 - Plano de aula 3: Procedimento.	84
Figura 34 - Comparação do volume de pedras.	87
Figura 35 - Comparação do volume de massas de modelar.	88
Figura 36 - Caixas encapadas simulando empilhamento de “Bis”.	89
Figura 37 - Organização da sala de aula.	93
Figura 38 - Escolha dos bolos pelos alunos.	94
Figura 39 - Equívoco de medição.	94
Figura 40 - Orientação do professor.	94
Figura 41 - Estratégia 1	95
Figura 42 - Estratégia 2	95
Figura 43 - Estratégia 3	95
Figura 44 - Estratégia 4	95
Figura 45 - Medição da camada superior do bolo.	96
Figura 46 - Medição da altura do bolo.	96
Figura 47 - Figuras e afirmações que compõem o Quiz.	97

Figura 48 - Plaquinha com opção de Verdadeiro (Frente) ou Falso (Verso).	98
Figura 49 - Quiz, alunos mostrando a plaquinha com resposta “Verdadeiro”.	98
Figura 50 - Quiz, alunos mostrando a plaquinha com resposta “Falso”	98
Figura 51 - Alunos em volta das “ilhas” para fazerem a medição dos bolos.	101
Figura 52 - Observando e acessando as estratégias dos colegas (<i>Bansho</i>).....	102
Figura 53 - Professora incentivando os alunos a visualizarem as estratégias dos colegas (<i>Bansho</i>).	103

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Níveis de sofisticação.....	34
Quadro 2 - Abordagem de Volume ao longo das coleções.	36
Quadro 3 - Situações que dão sentido à grandeza Volume ao longo das coleções	36
Quadro 4 - Cronograma de encontros para o planejamento da aula de volume.....	56

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 TRABALHOS RELACIONADOS	16
2.1 <i>Lesson Study</i>	16
2.2 Formação de professores usando <i>Lesson Study</i>	21
2.3 Volume	30
3. REFERENCIAL TEÓRICO	40
3.1 <i>Lesson Study</i>	40
3.2 Formação de professores	45
3.3 Conceito de Volume	48
4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	51
4.1 <i>Design</i> da pesquisa	51
4.2 Planejamento da Aula, Coleta e Análise de Dados	53
4.3 O Plano de Aula.....	56
5 RESULTADOS, ANÁLISE E DISCUSSÃO.....	76
5.1 Planejamentos individuais	76
5.2 Planejamento Colaborativo.....	86
5.3 Execução da aula	93
5.4 Reflexão da Aula	100
6 CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E INDICAÇÕES DE CONTINUIDADE	106
7 PRODUTO EDUCACIONAL	108
REFERÊNCIAS	109
APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA SEME – PMV	113
APÊNDICE B – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA EMEF – SUZETE CUENDET...114	
APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....115	
ANEXO – PLANOS DE AULA INDIVIDUAIS SOBRE VOLUME. 116	

1 INTRODUÇÃO

Como professor de matemática, da educação básica, me preocupo muito com a qualidade de meu trabalho docente e com a aprendizagem de meus alunos. Não é fácil ser professor no Brasil, por diversas razões, entre elas a falta de valorização do trabalho do professor, exigências de atualização de conhecimentos específicos, metodológicos e tecnológicos sem o acompanhamento de ofertas de formação inicial e continuada que dê conta dessas exigências, além de conseguir despertar o interesse dos alunos pelo estudo. Refletir sobre a minha prática e buscar alternativas para melhorá-la tem sido uma luta constante e às vezes solitária.

Penso ser necessário superar esse isolamento que permeia o cotidiano do professor de matemática, incentivando uma atmosfera de colaboração e reflexão que possibilite maior entrosamento com seus pares e uma construção coletiva e pedagógica do conhecimento.

Apesar dessas dificuldades, existem também políticas públicas que tentam garantir a oferta de formação continuada aos professores, entre elas gostaria de destacar a da Prefeitura Municipal da Serra, que permitiu a liberação da minha carga horária de trabalho para que pudesse me dedicar ao curso de mestrado e ao desenvolvimento dessa pesquisa. Seria importantíssimo que outras instituições seguissem esse exemplo, pois sem apoio institucional as dificuldades de qualificação e aperfeiçoamento do professor se multiplicam.

Diante disso, sempre procurei participar de formações continuadas que pudessem proporcionar um auxílio na busca por melhorias na qualidade do trabalho do professor. Em uma dessas formações, ofertada pela Prefeitura Municipal da Serra em parceria com o IFES (Instituto Federal do Espírito Santo), conheci a abordagem *Lesson Study*, uma abordagem japonesa de formação de professores que valoriza o estudo, a participação, a colaboração e a reflexão do trabalho docente com foco na aprendizagem do aluno, que deve participar ativamente da aula. Isso despertou o interesse em me aprofundar em seu estudo e compreender um pouco mais sobre essa abordagem, especificamente no desenvolvimento do conceito de volume de figuras geométricas.

Surgiu, então, a oportunidade de desenvolvimento dessa pesquisa em que, junto com a minha orientadora, procuramos investigar **que contribuições o *Lesson Study* traz para a formação do professor de matemática, em aulas sobre a construção do conceito de volume.**

A escolha pela tríade *Lesson Study*, Formação de Professores e Conceito de Volume não é aleatória, mas pautada nas seguintes justificativas:

- 1) A abordagem japonesa de formação de professores tem se mostrado eficaz pelos reflexos positivos sobre a aprendizagem de alunos da Escola Básica japonesa e reconhecidos por pesquisadores da Educação Matemática de todo o mundo: USA (FERNANDEZ, 2002), Portugal (PONTE et al, 2016), Chile (ESTRELLA; OLFOS, 2013), Noruega (BJULAND; MOSVOLD, 2015), entre outros;
- 2) A melhoria da aprendizagem de alunos possui forte correlação com as ações docentes e, consequentemente, com o fortalecimento da formação de professores, seja pelo eixo inicial ou continuado, é indicado na literatura científica mundial em Educação (BORKO, 2004), (HIEBERT; GROUWS, 2007), (HILL; ROWAN; BALL, 2005);
- 3) O conceito de volume foi eleito por ser nuclear para o desenvolvimento de outros conceitos e de estudo de outros conteúdos da Matemática (números e operações, geometria geral, por exemplo) e outras áreas da ciência, pelas dificuldades epistemológicas que alunos brasileiros vêm apresentando, de um modo geral, na unidade temática Grandezas e Medidas (BNCC, 2016), em testes de larga escala, tal como Pisa (INEP, 2016).

O desempenho médio dos estudantes em matemática no PISA 2015 foi 377, inferior ao desempenho observado em 2012 (389). Além disso, cerca de 70% deles se situaram abaixo do nível 2 na escala de proficiência do PISA, que varia do nível 1 (menor proficiência) ao nível 6 (maior proficiência). Conclui-se que é muito importante que professores e toda comunidade escolar reflitam sobre os resultados de matemática apresentados nesse relatório com vistas à melhoria da qualidade da educação dos jovens brasileiros de 15 anos (INEP, 2016, p. 269).

Além disso, o contexto geométrico constitui-se uma dificuldade a mais por não ser privilegiado no trabalho docente e por, normalmente, ser apresentado em capítulos finais dos livros didáticos de matemática brasileiros, conforme sublinhado por Morais e Bellemain (2010), ficando a mercê do tempo e da prioridade particular que cada professor dá aos conteúdos curriculares, o que pode causar algum prejuízo na aprendizagem dos alunos.

Sendo assim, apresentamos, como objetivo geral, **investigar contribuições do *Lesson Study* para a formação de professores de matemática, em aulas que promovam a construção do conceito de volume.**

Para tal, perseguiremos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar quais conhecimentos matemáticos do professor, sobre o conceito de volume, são mobilizados pelo *Lesson Study*;
- Identificar quais conhecimentos pedagógicos do professor são mobilizados pelo *Lesson Study*, para aulas que promovam a construção do conceito de volume.

Para os fins desta pesquisa científica, de caráter qualitativo, buscaremos apoio em teorias e estudos de investigadores da Educação Matemática, sobretudo, Fernandez, Yoshida, Fujii e Takahashi para *Lesson Study*; Ball, Thames e Phelps no que diz respeito à formação do professor; e Lima e Bellemain para a grandeza volume; que passaremos a discorrer nos próximos tópicos.

2 TRABALHOS RELACIONADOS

Para essa revisão de literatura foi utilizada a base de dados do Educimat, da Capes, e o Google Acadêmico na busca pelas palavras chaves: *Lesson Study*, Formação de professores e Volume. Sendo que selecionamos os de formação de professores que usaram o *Lesson Study* como abordagem. Dentro dos trabalhos encontrados, foram utilizados como critério de seleção: a data de publicação, a partir de 2014, para privilegiar os trabalhos mais recentes, e aqueles que dialogam com a tríade aqui apresentada: *Lesson Study*, Formação de Professores e Volume. Buscamos também, intercalar trabalhos nacionais e estrangeiros de modo a averiguar o que tem sido feito tanto no Brasil quanto em outros países. Contudo, não encontramos trabalho estrangeiro envolvendo a grandeza volume, inclusive utilizando termos em inglês, como volume, volume concept e volume measure. Limitamos a quantidade de trabalhos a apenas quatro que consideramos mais relevantes para a pesquisa, relativos aos termos *Lesson Study*, que também engloba a formação de professores e Volume.

2.1 *Lesson Study*

O primeiro trabalho que destacamos é o de Campos (2018). A autora realizou um *Lesson Study* sobre ensino e aprendizagem da operação de divisão com um grupo de seis professoras de matemática, em que estava incluída, procurando responder à pergunta: “como o *Lesson Study* pode contribuir para o desenvolvimento docente e para que o aluno seja protagonista do seu processo de aprendizagem, contribuindo, conseqüentemente, para o aprendizado do estudante” (CAMPOS, 2018, p. 11). Para tal, trabalharam com o objetivo de desenvolver uma sequência de aulas que favorecesse a aprendizagem do processo de divisão por alunos do 1º ano do ensino médio.

Segundo Campos (2018), os alunos não tinham dificuldades com o conceito de divisão, mas com o algoritmo da operação. Então, buscaram apoio na BNCC (BRASIL, 2016), no Currículo Básico da Escola Estadual do estado do Espírito Santo e em autores como SAIZ e TOLEDO, para discutir as dificuldades dos alunos com a operação de divisão, buscando traçar estratégias para fortalecer o entendimento e compreensão dos alunos sobre o algoritmo usual no Brasil, método euclidiano, e apresentar alternativas, como o método americano, método de decomposição e método de aproximação sucessiva, de modo que favoreça o alargamento do pensamento do aluno e que o mesmo evite a aplicação puramente mecânica desses métodos.

Campos (2018) relata que fizeram o estudo do material, planejamento das atividades e elaboração de diferentes estratégias para resolução das mesmas, durante os três encontros para o planejamento da sequência de aulas. A aula foi executada em uma turma regular de uma das professoras participantes, 1º ano do ensino médio, e consistiu de quatro aulas de 55 min, totalizando 220 min, sendo duas aulas em um dia e duas no outro dia.

A resolução de problemas foi a abordagem escolhida pelo grupo, apoiados em estudos de POLYA e SCHOENFELD. Eles escolheram e adaptaram quatro problemas envolvendo divisão, mas só conseguiram trabalhar três durante as aulas. Isso ocorreu por problemas no gerenciamento do tempo no primeiro dia, demorando-se muito para organizar a sala para início da aula. Entretanto, esse percalço foi discutido durante a reflexão da aula e, no dia seguinte, a aula ocorreu conforme previsto.

Campos (2018) aplicou um pré-teste e um pós-teste aos alunos, consistindo de três problemas de divisão, sendo aplicados os mesmos problemas nos dois testes. Os resultados desses testes foram usados para verificar se houve avanços, ou não, na aprendizagem dos alunos com o trabalho desenvolvido com o *Lesson Study*.

Durante a reflexão, as professoras constataram que a maioria dos alunos utilizou o método tradicional, euclidiano, para a resolução dos problemas, mas que estavam realizando com mais compreensão, dando sentido aos procedimentos, apesar de alguns erros apresentados como de tabuada, por exemplo. Além disso, o planejamento conseguiu abarcar diversas situações que ocorreram durante a aula, como o não uso do algarismo zero no quociente de uma divisão, por dificuldades na compreensão do valor posicional dos algarismos; e o uso da vírgula, por exemplo, a retirada da vírgula do número 448,00 obtendo 44800 que poderia alterar o resultado que seria 56,00 para 5600. Além disso, pensaram em estratégias diferentes do método euclidiano, como método americano e estimativa, para se resolver cada divisão proposta. Essas antecipações no planejamento auxiliaram o professor na abordagem de cada uma delas. Entretanto, houve algumas situações não previstas, como o não entendimento sobre compra a prazo, fazendo relação com multiplicação ao invés de divisão.

Campos (2018) também destacou a discussão que o grupo fez sobre o cansaço apresentado pelos alunos durante as aulas e a conclusão de que a apresentação de diferentes métodos de resolução pode ter sido o causador. O grupo discutiu que muitos não se sentiram instigados a aprender métodos alternativos e que isso pode ser relativo à cultura brasileira que valoriza

mais a resposta do que o processo. “De qualquer forma, o grupo considerou repensar a quantidade de métodos apresentados e a necessidade de trabalhar com todos eles” (CAMPOS, 2018, p. 86). Mas concluíram, no segundo dia, que na verdade, não foi a variedade de métodos e sim o longo tempo de aula que deixou os alunos cansados. O grupo percebeu que durante a primeira hora de aula os alunos estavam mais concentrados, dispersando-se após esse período. “Uma sugestão para contornar isso seria mudando a dinâmica da aula ou da atividade” (CAMPOS, 2018, p. 86).

Como conclusões de seu trabalho, Campos (2018) descreve que os alunos pareceram passar a serem mais ativos durante as aulas, tornando-se protagonistas na construção de seus conhecimentos. Adquiriram mais segurança e compreensão no método euclidiano, mais usado por eles, e conseguiram aprender, pelo menos, mais um método alternativo de divisão.

Um *Lesson Study* tem como objetivo final o aprendizado do aluno. E é sobre isso que precisamos sempre manter um olhar atento. Há uma desvalorização crescente de todo o processo escolar, refletindo em falta de motivação e envolvimento dos alunos. O que conseguimos constatar foi uma maior evolução dos alunos que participaram ativamente do processo, o que leva a crer que a aula tenha cumprido seu objetivo mesmo que parcialmente. Ainda é um desafio para nós conseguir que toda a classe esteja envolvida naquilo que é o essencial: a aprendizagem do aluno (CAMPOS, 2018, p. 88).

Campos (2018) também salienta que o *Lesson Study* mostrou-se valioso para a formação dos professores do grupo, por propiciar “aprimoramento da prática a partir da reflexão de uma necessidade surgida na sala de aula e a intervenção sobre ela” (CAMPOS, 2018, p. 88). E acrescenta que os cursos de Pedagogia e as Licenciaturas em Matemática não têm dado espaço ou atenção suficiente aos problemas enfrentados em sala de aula, como o caso da divisão, e questiona em que momento os professores se debruçarão sobre isso.

Apesar do foco de seu trabalho não ser formação de professores, mas a aprendizagem do aluno, a autora destaca a importância do *Lesson Study* para o aprimoramento profissional:

Ainda que o objetivo de pesquisa esteja centrado no aprendizado do aluno, entendemos que a Pesquisa de Aula deve ser estimulada tanto na formação inicial de professores de matemática quanto no processo de aprimoramento profissional, por todos os aspectos enriquecedores apresentados ao longo do texto (CAMPOS, 2018, p. 96).

Outro trabalho recente em *Lesson Study* é o de Mello (2018). A autora trabalhou com a formação do conceito de área e perímetro a partir de aulas baseadas no *Lesson Study*. Formou um grupo de seis professoras, incluindo ela mesma, para **planejar, executar e refletir** sobre

uma aula que contribuísse para construção do conceito de área e perímetro, sendo essa aula executada pela própria autora em uma de suas turmas de 6º ano.

Para a construção do conceito de área e perímetro a autora se baseou em Vygotsky, que destaca a diferença entre conceito espontâneo ou cotidiano, adquirido pelo sujeito fora do contexto escolar, e conceito científico, adquirido na escola de forma sistematizada e intencional.

Em seu trabalho, Mello (2018) usou o modelo de quadros de Douady e Perrin-Glorian (1989), o quadro geométrico, o quadro numérico e o quadro das grandezas, apoiando-se no trabalho de Lima e Bellemain (2010) com atividades de **comparação, medição e produção**. Ressalta a importância de se trabalhar a diferenciação entre esses dois conceitos e a relação entre eles, através de atividades em que os dois conceitos são mobilizados simultaneamente.

Esse trabalho em particular nos inspirou para a realização da pesquisa com a grandeza volume. Com apoio nos mesmos autores, buscamos a articulação e dissociação dos quadros numérico, geométrico e das grandezas, bem como atividades de comparação, medição e produção para a construção do conceito de volume. Além disso, Mello (2018) também utilizou a abordagem *Lesson Study* para o desenvolvimento do seu trabalho, sendo que o seu enfoque foi na aprendizagem dos alunos, enquanto que o nosso é a formação de professores.

A autora relata que foram seis encontros, de três horas cada um, para estudo e planejamento de uma aula, em que o grupo do *Lesson Study* elaborou cinco atividades envolvendo situações de comparação, medição e produção, a serem propostas por meio de uma **problematização** baseada em uma história de construção de uma praça comunitária no bairro dos alunos. A aula planejada consistiu de uma sequência de três aulas de 50 minutos.

Segundo Mello (2018), os autores de *Lesson Study* não definem problematização e por isso ela utiliza a definição dada por Mendonça (1993, p.24):

Ela [a problematização] evoca entre outros, um ideal, um propósito, uma atitude e um método. Fala-se de problematização como um propósito para desinibir os poderes cognitivos e criativos; ou como um ideal para produzir significado a uma experiência de vida; ou como o desenvolvimento de uma atitude artística, a arte de formular perguntas, ou ainda, como um método, um caminho para alcançar o conhecimento (apud MELLO, 2018, p.26).

A autora sugere que houve indícios de aprendizagem e que os alunos apresentaram concepções geométricas, numéricas e de grandeza. Conseguiram associar área a uma superfície e perímetro ao seu contorno, foram capazes de fazer comparações sem uso de medidas e conseguiram medir as duas grandezas com o uso de unidades não padronizadas. Produziram superfícies a partir de uma medida de área ou de perímetro e perceberam que área e perímetro não variam no mesmo sentido, pois podemos ter superfícies de mesma área e perímetros diferentes, bem como superfícies com áreas diferentes e mesmo perímetro. Além disso, salienta que os alunos ampliaram esses conceitos aplicando-os em superfícies não retangulares.

Durante a reflexão da aula, o grupo ponderou sobre uma atividade avaliativa final, em que só foi trabalhado apenas situações de medição, deixando de lado a comparação sem medição e a produção. Concluíram que há a necessidade de replanejar a aula para incluir essas outras situações. Como continuidade do trabalho sugere que devam ser elaboradas atividades para esclarecer dúvidas deixadas pelas atividades anteriores e que envolvam o trabalho com unidades padronizadas de área e perímetro, além de atividades que propiciem a aquisição de fórmulas e conversão de unidades de medida.

2.2 Formação de professores usando *Lesson Study*

Nesta seção destacamos os trabalhos com foco na formação de professores via *Lesson Study*. Entre eles, começamos com o de Gaigher (2017). Essa pesquisadora estudou as contribuições que emergem de ações colaborativas e reflexivas na formação de professores de matemática em aulas de resolução de problemas, baseando-se nos trabalhos de Ponte (2014) e Ball, Thames e Phelps (2008) sobre formação de professores.

Ponte (2014) ressalta a importância da formação continuada buscar o desenvolvimento profissional do professor e não apenas desenvolver conhecimentos teóricos desvinculados da prática desse professor. Além de Ponte (2014), Gaigher (2017) também se baseou em Ball, Thames e Phelps (2008) para trabalhar a formação de professores e os conhecimentos necessários à sua profissão: “qual a natureza do conhecimento matemático necessário para exercer a profissão docente” (GAIGHER, 2017, p. 23).

Como metodologia de pesquisa e formação de professores, Gaigher (2017) usa a abordagem *Lesson Study*. A autora destaca que fez uma adaptação do método, pois não fez um estudo do currículo e nem trabalhou um conteúdo específico, mas apenas se utilizou da estrutura cíclica do método (**planejamento, execução e reflexão**), da resolução de problemas, e dos aspectos colaborativos e reflexivos para a formação dos professores.

Sua pesquisa, de caráter qualitativo, tinha como participantes cinco professores pesquisadores, nove alunos-professores e dez alunos-graduandos. Eles seguiram o ciclo do *Lesson Study* sendo o planejamento de cada aula elaborado pelo grupo de pesquisadores e alunos-professores e sua execução feita por um aluno-professor aos dez alunos-graduandos.

Gaigher (2017) faz a apresentação e análise do ciclo de cada aula refletindo sobre os aspectos destacados à luz de seu aporte teórico. Como conclusões ela destaca que uma das limitações da pesquisa foi sobre o aprofundamento do conhecimento matemático, pois não havia um conteúdo específico para se trabalhar com cada problema e o foco foi explorar as diferentes estratégias que poderiam surgir na resolução dos problemas. Outra limitação foi o tempo de planejamento de cada aula, apenas duas horas, pouco tempo para garantir um planejamento colaborativo adequado à complexidade de uma aula.

Gaigher (2017) ressalta as contribuições do planejamento colaborativo como: detalhamento dos objetivos, possíveis estratégias de resolução, questionamentos que poderiam ajudar na construção do raciocínio dos alunos, cuidado com termos que poderiam travar o fluxo de pensamento, uso de materiais que poderiam auxiliar a execução das aulas e a preocupação em não direcionar o pensamento dos alunos. Esses cuidados servem para minimizar as imprevisibilidades, características de aulas de resolução de problemas, e trazer maior segurança ao professor. Esses são elementos que serão levados em consideração, portanto, quando do desenvolvimento da investigação que estamos propondo.

Com relação à execução da aula, as contribuições foram: incentivo para o aluno justificar seu raciocínio, busca de problemas correlatos, compartilhamento de estratégias, uso do erro do aluno como ponto de partida para construção de raciocínio, uso de esquemas, desenhos e outras estratégias de representação para auxiliar na compreensão e questionamentos mais diretos para ajudar o fluxo de raciocínio dos alunos. Houve sintonia entre o que foi planejado e o que foi executado. Além disso, a maior parte dos alunos-graduandos relatou que se sentiram motivados pelas aulas e que os questionamentos feitos pelos alunos-professores os auxiliaram na busca de soluções para os problemas.

Gaigher (2017) lamenta as limitações de sua pesquisa com relação a não utilização de todas as características de um *Lesson Study*, e a intenção de trabalhar com alunos de ensino fundamental ou médio em uma sala de aula real. No entanto, houve aproveitamento de muitas características da abordagem *Lesson Study* resultando em benefícios para a formação de professores participantes.

Outro trabalho que dialoga com a presente pesquisa é o de Bezerra (2017). Em sua tese de doutorado, investigou as aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental no contexto do *Lesson Study*. Bezerra (2017) realizou um levantamento histórico e discutiu a formação inicial e continuada de professores das séries iniciais no Brasil. Destacou, em especial, o conhecimento matemático, que deixa a desejar por falta de tempo para aprofundar saberes conceituais, epistemológicos e pedagógicos. Com relação à formação continuada, frisou que sua principal característica ao longo dos anos foi sanar lacunas na formação inicial e completou dizendo que o insucesso de muitas propostas de formação continuada se encontra no fato de não levar em conta o contexto da realidade dos professores.

Bezerra (2017) defende que para haver desenvolvimento profissional do professor deve haver aprendizado e classifica três tipos de concepção de aprendizado docente: “conhecimento-para-prática”, o mais comum, onde são trabalhados conhecimentos para serem usados na prática; “conhecimento-na-prática”, não é ensinado, os professores aprendem com a reflexão de seu próprio trabalho e com trocas de experiência entre seus pares; e “conhecimento-da-prática”, que associa conhecimento teórico com conhecimento da prática através de estudo, reflexão e investigação.

Além disso, Bezerra (2017) destaca em seu trabalho três tipos de práticas consideradas potencializadoras do desenvolvimento profissional: as práticas reflexivas, as colaborativas e as investigativas. Tendo isso em vista, propõe um trabalho de desenvolvimento profissional baseado no *Lesson Study* por considerar que esse método promove essas três práticas, sendo as duas primeiras mais evidenciadas.

Em relação às práticas reflexivas, durante o *Lesson Study*, os professores são incentivados a refletir sobre sua prática: seus métodos de trabalho, seus conhecimentos sobre conteúdo, alunos e a melhor maneira de ensiná-los. As práticas colaborativas se refletem no trabalho em conjunto com os colegas: troca de experiências, discussão, interação, respeito, cumplicidade, companheirismo e confiança. Já as práticas investigativas, são desenvolvidas durante o trabalho, pois não é à toa que o *Lesson Study* é traduzido, no Brasil, como “estudo de aula” ou “pesquisa de aula”, promovendo o estudo e a investigação sobre o que os alunos já sabem, o que precisam saber e como potencializar o seu aprendizado. Além disso, para promover esse aprendizado o professor precisa pesquisar sobre o assunto a ser ensinado e os materiais utilizados, além de superar suas limitações conceituais e procedimentais e antecipar dúvidas e equívocos que os alunos possam ter.

Bezerra (2017) ainda refletiu sobre os conhecimentos relacionados à profissão do professor embasado em Shulman (1986): conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento do currículo. Também relacionou o conhecimento na prática do professor:

Neste sentido os professores não podem ser ensinados, mas aprendem tacitamente ou reflexivamente na prática, fato similar ao que ocorre no contexto da *Lesson Study* no qual os professores são os próprios responsáveis pela ação educativa, protagonistas do processo, embora haja professores mais experientes mediando o processo (BEZERRA, 2017, p. 163).

Bezerra (2017) trabalhou com um grupo de professores das séries iniciais de uma escola pública municipal de Foz do Iguaçu – PR. Buscou identificar os contextos de formação desses professores em matemática, suas reais necessidades formativas e os conhecimentos apreendidos durante a formação. Segundo a autora, “a grande dificuldade em ensinar matemática reside na má formação teórica vivenciada nos cursos de formação inicial, que deixaram lacunas conceituais em Matemática, fato já apontado e discutido pela literatura”. (BEZERRA, 2017, p. 156). Eis uma das razões para o desenvolvimento deste trabalho com uso do *Lesson Study*.

O primeiro momento, do trabalho de Bezerra (2017), consistiu na apresentação do método *Lesson Study*. Esse momento foi importante para os professores se situarem na dinâmica dessa abordagem e poderem se envolver como agentes ativos no processo. Durante o planejamento decidiram por dois tópicos de estudo: Divisão, no primeiro ciclo do *Lesson Study* e multiplicação no segundo ciclo. Fizeram o estudo do conteúdo escolhido, discutiram seus conceitos, socializaram sobre suas experiências e construíram um planejamento colaborativo para ser aplicado em sala de aula. Executaram o planejamento e refletiram sobre sua execução. Apesar das modificações sugeridas no planejamento, decidiram não reaplicar o mesmo em outra turma. Bezerra (2017) conclui que ao final da formação pôde constatar que houve aprendizagem e desenvolvimento profissional por parte dos professores e que isso se evidenciou durante todo o processo e pode ser exemplificado pelas falas dos professores participantes:

Os encontros nos oportunizaram trocas de experiências entre os colegas do grupo, e também uma reflexão para preparação das nossas aulas, ou seja, a importância e uma pesquisa mais elaborada nos conteúdos propostos, antes da aplicação dos mesmos. [...] os encontros me permitiram redirecionar parte da minha atenção para as necessidades específicas de cada criança, [...].
[...] não senti pressão de querer resultado imediato do conteúdo dado, investiguei, analisei bem cada situação. Vi o conteúdo de matemática com outros olhos.
[...] aperfeiçoei minha percepção em relação aos resultados da aprendizagem demonstrados nas avaliações, atividades e exercícios, a partir do momento em que passei a dispensar mais tempo na observação dos mesmos, vendo-os como recurso essencial para proceder o diagnóstico das dificuldades dos alunos e da minha atuação (BEZERRA, 2017, p. 169).

Com relação ao conhecimento de conteúdo da disciplina, Bezerra (2017) relata que durante os estudos para planejamento os professores puderam ter contato, debater e refletir sobre as próprias dificuldades conceituais e procedimentais, tais como os diversos significados envolvidos na divisão: eles só trabalhavam o sentido de partilha e durante a formação puderam perceber outros, como medida, operação inversa da multiplicação e razão; e na

multiplicação: trabalhavam com somas repetidas e puderam ter contato com outros, como proporcionalidade, combinatória e organização espacial, que não eram conhecidos; diversas formas de resolver os problemas, antes eles valorizavam o algoritmo e passaram a valorizar outras estratégias como desenho e esquema. Na procura por atividades puderam refletir sobre as principais dificuldades dos alunos na aprendizagem desses conceitos, bem como nas dificuldades deles (professores), em ensiná-los.

Sobre o conhecimento pedagógico, Bezerra (2017) declara que se evidenciou nos relatos dos professores sobre: a importância da definição dos objetivos a serem alcançados; valorização do raciocínio e de diferentes formas de resolução; troca de experiências e discussão sobre atividades desenvolvidas; consciência de erros e equívocos; valorização de diferentes formas de representação e resolução; valorização do que o aluno já conhece; uso de atividades exploratórias e trabalho em grupo; entender o que e como o aluno pensou.

Em relação ao conhecimento do currículo, Bezerra (2017) percebeu um distanciamento dos professores com relação ao material elaborado pela Secretaria Municipal de Educação, posto que em momento algum eles o consultaram como material de referência para a elaboração das atividades. Segundo relato dos professores, isso se deu pelo fato deles sentirem esse material como uma imposição, pois não participaram de sua elaboração. Sendo assim, só o utilizam quando são obrigados a fazê-lo. Bezerra (2017) completa dizendo que o mesmo aconteceu em relação aos PCN (BRASIL, 1998).

Sobre o conhecimento situado na prática profissional, este só pode advir da reflexão e prática dos próprios professores. O *Lesson Study* não só permite como também promove isso, através da interação entre seus pares, pesquisa, discussão e compartilhamento de experiências. Ao escolherem o conteúdo, buscaram entender e estudar o que não sabiam. Segundo Bezerra (2017), essa etapa é a mais difícil, pois temos que reconhecer nossas limitações conceituais e buscar saná-las, mas isso é feito “no grupo” e “com o grupo”. No grupo, por fazerem parte de um coletivo de profissionais, onde podem se sentir acolhidos, respeitados e valorizados; e com o grupo, porque o trabalho é colaborativo, todos participam, refletem e constroem juntos. Depois foi a escolha de atividades para os alunos e a reflexão sobre como os alunos aprenderiam, suas estratégias e dificuldades.

Em suas conclusões finais, Bezerra (2017) salienta a importância do planejamento para a mobilização de conhecimentos através dos estudos, discussões e reflexões do grupo; destaca

também a riqueza da troca de experiências, a confiança, a segurança e a autonomia alcançadas pelo grupo, que podem ser evidenciados nos relatos abaixo:

Os encontros nos oportunizaram trocas de experiências entre os colegas do grupo, e também uma reflexão para preparação das nossas aulas, ou seja, a importância e uma pesquisa mais elaborada nos conteúdos propostos, antes da aplicação dos mesmos. [...] antes da formação meus planejamentos eram meio aleatórios, aprendi a fazer diferente e a trabalhar atividades do cotidiano das crianças e ver e rever maneiras diferentes com que possa atingir os objetivos. [...] procuro me reunir mais com os colegas para discutir metas de aprendizagem, planejar aulas e sinto que colaboramos mais uns com os outros para encontrar melhores resultados e solucionar problemas e quais recursos usar nas aulas e nos conteúdos abordados (BEZERRA, 2017, p. 169).

Além disso, partindo das dificuldades práticas dos professores, buscou-se na teoria e na volta para a prática, a sua superação e o desenvolvimento profissional desses professores. Bezerra (2017) destaca, ainda, a necessidade de um acompanhamento longitudinal desses professores para verificação das mudanças em sua prática, pois apesar dos indícios de mudança de postura dos professores como: buscar atividades diversificadas, contextualizadas e adaptadas ao nível de compreensão do aluno, ter clareza dos objetivos a serem alcançados e valorização do raciocínio e representação dos alunos, não foi possível acompanhá-los a fim de verificar os impactos em suas aulas no dia a dia com os alunos.

Entre os trabalhos estrangeiros pesquisados, destacamos Harsono (2016). O autor fez um estudo com sete professores de duas escolas primárias da Indonésia (quatro em uma escola e três em outra) procurando identificar “Que impacto o *Lesson Study* tem sobre o conhecimento e habilidades dos professores na diferenciação da instrução matemática na escola primária?” (HARSONO, 2016, p. 2).

Baseada nas ideias de que o desenvolvimento profissional dos professores melhora a qualidade da educação, e de que esse desenvolvimento deve ser contínuo e prolongado, Harsono (2016) fez uso do *Lesson Study* como uma abordagem de desenvolvimento profissional, pois, segundo ela, pode ser realizado na própria escola durante o horário de trabalho, por propiciar o estudo de conteúdos matemáticos e permitir o aprendizado de estratégias diferenciadas para atender as necessidades dos alunos.

Harsono (2016) destaca em seu trabalho o conhecimento pedagógico de conteúdo de matemática, classificado por Shulman (1986), como sendo o conhecimento sobre matemática e a forma de ensinar esse conhecimento ao aluno. Além disso, trabalha com a definição de

Instrução Diferenciada em Matemática, que seria a estratégia de ensino planejada para atender as necessidades de todos os alunos, seja de conteúdo, produto, processo, avaliação ou ambiente de aprendizagem, de acordo com o perfil de cada aluno; e também destaca o Conhecimento do Contexto, que influencia o conhecimento pedagógico do conteúdo e consiste no conhecimento sobre o governo central e local e das características da comunidade.

Para análise dos dados utilizou as gravações em vídeo das aulas dadas e das reuniões dos grupos de *Lesson Study* e também os planejamentos e reflexões escrito pelos professores. Além disso, usou o “*software Multimodal Analysis Video*, para desenvolver um projeto de pesquisa digital de métodos mistos para estudar o impacto do *Lesson Study* no ensino e aprendizagem da matemática” (HARSONO, 2014, p. 16).

Em suas conclusões, a autora percebeu que a estrutura do *Lesson Study* contribuiu para o conhecimento de conteúdo pedagógico matemático, pois os professores puderam trocar conhecimento e experiências de ensino. Os colegas ajudaram uns aos outros na compreensão de conceitos matemáticos e também na melhor forma de abordar os conteúdos. Nas reflexões, voltadas para o que foi planejado e executado, a ênfase foi na condução da aula, nas perguntas dos alunos e nas respostas dos professores a esses questionamentos, deixando de lado a análise da pessoa do professor, pois o planejamento foi de todo o grupo e o foco é o ensino.

Com relação ao conhecimento do contexto, a autora descreve que não havia evidência sobre o contexto dos alunos, mas sobre as mudanças curriculares ocorridas recentemente na Indonésia, o que influenciou o trabalho dos professores, pois houve alterações nos conteúdos ensinados. Como o estudo do currículo é abordado durante o *Lesson Study*, isso contribuiu de forma positiva para o conhecimento dos professores.

Com relação à diferenciação matemática, Harsono (2016) conclui que os professores ainda ensinavam todos os alunos usando o mesmo nível de dificuldade, mas que eles começaram a usar coisas do cotidiano para ensinar e a estimular o pensamento e a criatividade dos alunos. Também permitiram que os alunos se expressassem de forma diferente nas atividades e deram mais tempo para os alunos que precisavam. As avaliações foram contínuas e os alunos tiveram oportunidade de se autoavaliarem, mas não pôde perceber se os professores deram um retorno sobre os trabalhos dos alunos.

Sobre o ambiente de aprendizagem, a autora percebeu o aumento na valorização do aluno, no incentivo aos que sentiam dificuldades e no respeito mútuo. Conclui que os professores poderiam ter criado centros de aprendizagem diferenciados, mas que talvez cheguem a esse ponto se continuarem com o *Lesson Study*. “Neste estudo, enquanto os professores melhoraram seus conhecimentos e habilidades através do *Lesson Study*, eles aprenderam, planejaram e trabalharam de forma cooperativa em suas tentativas de diferenciar o ensino de matemática” (HARSONO, 2016, p. 4).

Segundo Harsono (2016, p. 156), “as características do *Lesson Study* encontradas neste estudo foram cooperação, eficácia, independência, tolerância, reflexão, refinamento, dedicação e continuidade”. E afirma que essas características fazem do *Lesson Study* uma abordagem de desenvolvimento profissional eficaz para melhorar as práticas de ensino.

Outro trabalho estrangeiro é o de Thompson (2015). Esse autor trabalhou com 37 professores graduandos de três distritos do estado da Flórida, EUA. Cada professor participou de um programa de treinamento de professores residentes para desenvolver suas habilidades e conhecimento de ensino, nas áreas de ciência, tecnologia, engenharia e matemática. Esse programa incluía dois semestres de participação em *Lesson Study*, e o autor queria pesquisar em que medida a participação no *Lesson Study* foi percebida como tendo impacto na eficácia do professor. Ele analisou como os professores realizaram o *Lesson Study*, a avaliação dos coordenadores regionais de cada distrito, e as reflexões de cada professor sobre sua participação. O autor não participou das edições de *Lesson Study*, mas teve acesso aos planos e reflexões e realizou entrevistas com os coordenadores regionais de cada distrito.

Thompson (2015) fundamentou seu trabalho em três características necessárias para que a aprendizagem profissional melhore a aprendizagem dos alunos: foco na aprendizagem dos alunos, ocorrer ao longo do ano e não ocasionalmente, ser contínuo e com duração mínima de 30 horas. Com relação ao *Lesson Study*, Thompson (2015) baseou-se em pesquisas que demonstraram que professores iniciantes e veteranos que trabalham com *Lesson Study* melhoraram sua prática, focam nos objetivos da lição, que é a aprendizagem do aluno, nas estratégias de ensino e que o ponto central passa a ser o planejamento e não o professor. Os professores começaram a enfrentar os desafios educacionais com olhar investigativo, buscando apoio e colaboração dos colegas mais experientes. Apesar disso, relata que o *Lesson Study* ainda é pouco aproveitado, nos EUA, para a formação de professores.

Segundo Thompson (2015), os três distritos analisados se comportaram de forma diferente durante sua participação no *Lesson Study*. O distrito A já havia participado de *Lesson Study* antes da pesquisa e além de participar ativamente das atividades, conseguiu incluir um especialista de matemática da universidade local em seu grupo de pesquisa (*Knowledgeable Other*). O distrito B teve grandes problemas, pois não conseguiu uma adesão de professores para participar do *Lesson Study*, teve que juntar professores de várias escolas e de áreas diferentes e a participação foi simplesmente para cumprir o compromisso firmado. O distrito E fez sua participação quase totalmente virtual (online), pois seus integrantes faziam o curso à distância.

Em suas conclusões, Thompson (2015) relata o aumento na crença de que o estudo da lição ajudou o professor residente a crescer como professor, o desejo de participar de futuras equipes de *Lesson Study*, aumento do foco na aprendizagem dos alunos, uma experiência global positiva e o valor encontrado na colaboração entre os participantes.

2.3 Volume

Na busca por outros trabalhos que dialogam com nossa pesquisa, levando em conta o conteúdo escolhido, volume, encontramos Figueiredo (2013) que utiliza o modelo de classificação em quadros defendidos por Douady e Perrin-Glorian (1989), adaptado ao conceito de volume. A adaptação utilizada por Figueiredo (2013) considera o conceito de volume como sendo objeto do quadro das grandezas, os sólidos correspondendo ao quadro geométrico e os números reais positivos referentes às medidas das grandezas que correspondem a objetos do quadro numérico.

Para o desenvolvimento do conceito de volume Figueiredo (2013) trabalhou com três tipos de situações: **situações de medição, de comparação e de produção**. Estas situações foram utilizadas por Morais e Bellemain (2010) para a grandeza volume. Além disso, Figueiredo (2013) identificou as principais estratégias utilizadas pelos alunos em cada uma das três situações que passaremos a descrever.

As **situações de comparação** consistem em determinar, quais sólidos têm mesmo volume ou quais tem volume maior, fazendo uma ordenação. Podem ser observadas as seguintes estratégias: visual (perceptiva), inclusão, decomposição-recomposição, imersão, medida e comparação das medidas, e comparação das massas. As **situações de medição** permitem a articulação entre os quadros numérico, geométrico e das grandezas. As estratégias utilizadas são: contagem de unidades, uso de fórmulas, princípio de Cavalieri, imersão, preenchimento e transvasamento. Por fim, as **situações de produção** são as que se caracterizam pela construção de um sólido com volume menor, maior ou igual a um volume dado. Com relação às estratégias, temos: composição, decomposição-recomposição e Princípio de Cavalieri.

A investigação de Figueiredo (2013) teve como objetivo geral analisar como alunos do Ensino Médio lidam com as três situações envolvendo a grandeza volume. Para tal, caracterizou como os alunos distinguem e articulam conhecimentos dos quadros: geométrico, numérico e das grandezas na resolução de problemas envolvendo volume. Também descreveu como alunos lidam com situações de comparação e medição de volume e produção de sólidos, com volume dado.

Para compreender como os alunos constroem o conceito de volume, Figueiredo (2013) escolheu adotar a Teoria dos Campos Conceituais de VERGNAUD. Para VERGNAUD, um

conceito se desenvolve através da terna: **situações** (que dão sentido ao conceito), **invariantes operatórios** (propriedades, objetos e relações) e **representações simbólicas** (que ajudam o sujeito a usar, representar, e entender os invariantes e as situações). No que diz respeito aos campos conceituais, Figueiredo (2013) identificou invariantes operatórios (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação) mobilizados na resolução de problemas envolvendo volume e caracterizou como os alunos lidam com as representações simbólicas em jogo na resolução de problemas envolvendo volume.

Os invariantes operatórios referem-se ao objeto, suas propriedades e as relações que são estabelecidas, não são necessariamente verdadeiros, mas constituem parte do pensamento do indivíduo e ajudam na construção do conceito. Eles são colocados em prática quando o indivíduo se depara com as situações que envolvem o conceito, por isso são classificados em conceitos-em-ação e teoremas-em-ação.

Em sua pesquisa, Figueiredo (2013) identificou cinco teoremas-em-ação corretos (TAC) e quatro errôneos (TAE):

TAC1: Sólidos de mesma massa e mesma densidade têm mesmo volume;

TAC2: Sólidos compostos por outros sólidos, organizados diferentemente, têm mesmo volume;

TAC3: As áreas das superfícies de sólidos de mesmo volume não são necessariamente iguais;

TAC4: Volume e área são grandezas distintas;

TAC5: A medida de volume de um paralelepípedo retângulo é o produto das medidas de seus lados;

TAE1: Sólidos diferentes têm necessariamente volumes diferentes;

TAE2: Se dois sólidos têm a mesma massa, então têm o mesmo volume;

TAE3: O volume de um sólido se altera na mesma proporção que seus comprimentos;

TAE4: Se dois sólidos têm mesmo volume, então eles são idênticos;

Foi realizada uma análise à priori das questões de um teste de sondagem e depois um estudo comparativo das respostas dadas pelos alunos levando em consideração: os aspectos de cada questão, as estratégias utilizadas, os teoremas-em-ação e as representações. Figueiredo (2013) utilizou diversos tipos de representações, para verificar sua eficiência para a construção do conceito de volume pelos alunos. Entre elas, temos: números, figuras, fórmulas e unidades de medida.

Em suma, Figueiredo (2013) concluiu que os alunos do Ensino Médio compreendem mais e melhor o trabalho com as situações de volume em que o aspecto numérico está em jogo, que são as situações de medição. Por outro lado, os alunos apresentaram dificuldades diante de situações em que houve necessidade de articulação e dissociação dos quadros numérico, geométrico e das grandezas. Percebeu que para a aquisição do conceito de volume, outros conceitos estão interligados, como de massa, de densidade e de dimensão, que podem contribuir ou dificultar a apreensão do conceito de volume e que merecem mais investigação nesse tema. Sendo assim, Figueiredo (2013) propõe que o ensino de volume como grandeza, deva ser mais frequente em sala de aula, mais diversificado em termos de situações, para que não se torne repetitivo, e com o uso de menos fórmulas para que ocorra a diversidade e o alargamento do pensamento matemático nesse tema.

Outra investigação que converge para o interesse de nossa pesquisa é o de Serra (2010) que realizou uma investigação com o objetivo de compreender as ideias que os alunos do 6.º ano têm sobre volume e perceber como estas podem ser desenvolvidas quando os alunos são envolvidos numa experiência de ensino, tendo por base uma cadeia de tarefas que apela à visualização e ao raciocínio espacial. Para tanto, Serra (2010) tentou compreender o papel dessas tarefas para o desenvolvimento do conceito de volume e como os alunos realizam a transição de casos particulares para a generalização. Para tal, utilizou-se do trabalho de Battista (2003) que afirma que para compreender o pensamento dos alunos, quando realizam contagens estruturadas de quadrados ou cubos, são essenciais quatro processos mentais: “formação e utilização de modelos mentais, estruturação espacial, localização de unidades e organização dos elementos de uma composição” (BATTISTA, 2003, p.122).

No primeiro processo, formação e utilização de modelos mentais, os indivíduos criam e usam recordações de experiências semelhantes ou imaginam representações mentais para visualizar, compreender e pensar sobre outras situações. No segundo processo, estruturação espacial, os

indivíduos conseguem abstrair-se da forma dos objetos, identificando, relacionando e organizando as partes que os compõem. No terceiro processo, localização de unidades, os indivíduos conseguem localizar quadrados ou cubos em composições dadas, imaginando as suas posições no espaço. No quarto processo, organização dos elementos de uma composição, os indivíduos conseguem combinar unidades básicas (quadrados ou cubos) em linhas ou colunas e transformá-las em combinações mais elaboradas, que por sua vez, podem ser repetidas, formando outras ainda mais elaboradas.

Partindo dos processos mentais apresentados, Serra (2010), apresenta sete níveis de sofisticação (Quadro 1), pelos quais os alunos passam quando envolvidos em atividades que lhes permitem desenvolver estratégias de contagem e consciencializar a estrutura de paralelepípedo.

Quadro 1 - Níveis de sofisticação

Nível	Característica
Nível 1	Ausência de processos, localização de unidades e organização dos elementos de uma composição. Os alunos não conseguem organizar as unidades em composições espaciais e os seus modelos mentais são insuficientes para localizar todas as unidades que compõem uma estrutura de linhas e colunas ou de camadas. A razão está no facto de não conseguirem coordenar a informação espacial. A contagem dos elementos de uma composição parece feita ao acaso. O erro na dupla contagem é repetitivo.
Nível 2	Início da utilização de processos, localização de unidades e organização dos elementos de uma composição. Os alunos começam a organizar espacialmente estruturas de linhas e colunas ou de camadas a partir dos elementos que as compõem. Além disso, o desenvolvimento emergente dos processos de localização de unidades produz modelos mentais suficientes para que consigam reconhecer partes equivalentes da composição. Por exemplo, depois de contar os cubos visíveis num lado de uma construção, o aluno consegue inferir o número de cubos do lado oposto.
Nível 3	Processo de localização de unidades suficientemente coordenado para eliminar o erro de contagem dupla. O aluno consegue coordenar o processo de localização de unidades de uma vista singular (por exemplo, topo, lado) com um modelo mental suficiente para reconhecer a mesma unidade em vistas diferentes. Assim, fica capacitado para eliminar erros de contagem dupla. Porém, a coordenação ainda é insuficiente para construir um modelo mental capaz de localizar os cubos interiores.
Nível 4	Utilização das componentes máximas da estrutura, mas insuficiente coordenação iterativa. Os alunos estruturam as composições nas suas componentes máximas (linhas ou colunas para a área, camadas para o volume). No entanto, devido a insuficiente coordenação, não conseguem determinar totalmente a posição destes elementos, em vez disso estimam essas localizações.
Nível 5	Utilização do processo de localização de unidades, de modo suficiente para localizar todas as unidades, mas com perda das componentes máximas empregues. O modelo mental dos alunos permite-lhes localizar corretamente todos os quadrados ou cubos de uma disposição. Contudo, apesar de algumas vezes obterem respostas corretas, perdem com frequência o lugar dos elementos na contagem porque organizam ainda de modo ineficaz as composições. Além disso, as estratégias de estruturação e de contagem ainda não são generalizáveis e são inadequadas para estruturas maiores.
Nível 6	Desenvolvimento completo e coordenação tanto do processo de localização de unidades como de organização dos elementos de uma composição. Os modelos mentais interiorizados pelos alunos incorporam totalmente a estrutura de linhas e colunas ou de camadas, de modo que conseguem, com segurança, contar os elementos de uma estrutura e validar a contagem, sem o recurso a materiais ou a imagens das unidades que o compõem.
Nível 7	Procedimentos numéricos ligados à estruturação espacial e Generalização. A estruturação espacial e os esquemas de contagem dos alunos atingem um nível de abstração que permite a sua validação e análise, capacitando os alunos para conseguirem explicar a ligação entre as estratégias de contagem e a estruturação espacial em que se basearam. A incorporação da estrutura de linhas e colunas, ou de camadas nos modelos mentais dos alunos, é suficientemente abstrata e geral, para ser aplicada a situações em que as unidades não são cubos (por exemplo, dois cubos ou um paralelepípedo que não seja um cubo).

Fonte: Adaptado de Serra, 2010, p. 10.

Os alunos que se encontram no primeiro nível não conseguem visualizar as formas espacialmente e também não são capazes de organizar as unidades em composições mais elaboradas (colunas ou linhas, por exemplo). Quando se encontram no último nível, o sétimo, os alunos já possuem modelos mentais estruturados que lhes permitem refletir sobre as formas, mesmo quando não possuem quaisquer registros físicos das mesmas. Tendo em conta os objetivos para este estudo, Serra (2010) optou por uma abordagem metodológica de

natureza qualitativa, seguindo a modalidade de estudo de caso, sobre o qual também adotaremos.

Foi apresentado aos alunos um conjunto de quatro tarefas, umas proporcionando o desenvolvimento de novas aprendizagens e outras as fixando por meio de exercícios. Todas pretenderam promover a exploração do **conceito de volume** em geral e, em particular, de paralelepípedos retângulos, apelando ao uso da visualização e do raciocínio espacial. As observações e a análise de dados deste estudo mostraram que **a experiência de encaixar objetos em um determinado espaço é desafiante e contribui para a compreensão da medida do volume e da fórmula para o cálculo dessa medida**. Ao longo do desenvolvimento das tarefas, os alunos tornaram-se cada vez mais conscientes da organização estrutural de um sólido de forma retangular, e das formas para cálculo do seu volume, progredindo gradualmente nos níveis de sofisticação (Quadro 1). A visualização e o raciocínio espacial promoveram parte da organização das estruturas mentais em desenvolvimento.

Inicialmente, Serra (2010) diz que o processo mais comum era a contagem unitária, mas os alunos passaram rapidamente para a contagem de colunas ou camadas dos sólidos usando um raciocínio aditivo (adicionam o número de cubos das várias camadas) ou multiplicativo (calculam a área da base e multiplicam pela altura) e, por fim, usando o produto das medidas de três arestas. No final, os alunos interiorizaram modelos mentais e incorporaram estrutura por camadas, conseguindo enumerar os cubos sem materiais perceptivos ou concretos.

Além dos trabalhos de Figueiredo (2013) e Serra (2010), Morais e Bellemain (2010) analisaram como os livros didáticos brasileiros do PNLD 2008 tratam sobre volume. Os autores analisaram cinco, de dezesseis, coleções aprovadas pelo PNLD 2008 sobre a abordagem da grandeza volume nos anos finais do ensino fundamental. Essas cinco coleções foram selecionadas pelos critérios: as mais escolhidas por professores das escolas de Pernambuco e pelo elogio de sua abordagem de volume no guia de livro didático.

Do mesmo modo como Figueiredo (2013), Morais e Bellemain (2010) se apoiaram teoricamente na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990) e no modelo de quadros de Douady e Perrin-Glorian (1989).

Os resultados da pesquisa (Quadro 2) revelaram que volume é abordado na segunda metade do livro didático, o que pode causar prejuízos em seu ensino por falta de tempo. Entretanto,

não é possível verificar essa informação no Quadro 2, pois não foi especificado o total de capítulos em cada ano escolar das coleções, dificultando a análise de que os capítulos em que volume aparece realmente estão no final do livro.

Quadro 2 - Abordagem de Volume ao longo das coleções.

Ano	Coleção 1	Coleção 2	Coleção 3	Coleção 4	Coleção 5
6º		Capítulos 5 e 15		Capítulo 26	Capítulos 9 e 10
7º	Capítulo 12		Capítulo 8		
8º	Capítulo 12				Capítulo 5
9º	Capítulo 04		Capítulo 16		Capítulo 22

Fonte: Adaptado de Moraes e Bellemain, 2010, p. 2.

Também foram analisados os tipos de situações que dão sentido ao conceito de volume e sua presença nas coleções (Quadro 3).

Quadro 3 - Situações que dão sentido à grandeza Volume ao longo das coleções

Tipo de atividade	Coleção 1	Coleção 2	Coleção 3	Coleção 4	Coleção 5
Comparação	X		X	X	X
Estimativa	X				
Medida	X	X	X	X	X
Mudança de Unidade				X	X
Produção			X		
Transformação de Unidades	X	X	X	X	X

Fonte: Adaptado de Moraes e Bellemain, 2010, p. 2.

Pelo que Moraes e Bellemain (2010) expuseram, no quadro 3, destacamos a ênfase nas situações de medida e transformações de unidades. Mesmo nas situações de comparação, o aspecto da medida é destacado, enquanto que situações que poderiam ajudar a articular e dissociar a grandeza e o objeto, sem medição, não são exploradas na maioria das coleções. E mesmo quando estão presentes essa articulação e dissociação entre o objeto, a grandeza e sua medida, não é dado destaque para esse aspecto, o que pode trazer obstáculos para a ampla construção do conceito.

Todas as coleções destacam o aspecto unidimensional de volume através da contagem de cubinhos (princípio aditivo) enquanto que o aspecto tridimensional (princípio multiplicativo) é trabalhado sem conexão com o primeiro, exceto uma única coleção, que trabalha os dois aspectos ao mesmo tempo.

Morais e Bellemain (2010) destacam que a relação entre as grandezas massa e volume, é abordada em apenas duas coleções. Além disso, a maioria dos livros aborda o conceito de capacidade no mesmo capítulo de volume, mas em uma seção separada. Em particular, uma coleção trata de capacidade como um caso particular de volume e outra apresenta capacidade antes de volume e trabalha a relação entre as duas em uma seção posterior. Mas, Moraes e Bellemain (2010) não fazem menção, em seu trabalho, se essas diferenças de abordagem, de volume e capacidade, interferem na apreensão do conceito de volume.

Nenhuma das coleções trata da conservação de volume, bem como não fazem menção clara da mudança de domínio numérico das medidas, pois a transposição entre as medidas inteiras e racionais é feita sem justificativa. Isso levou Moraes e Bellemain (2010) a questionarem se é possível elaborar uma sequência didática que faça essa transposição de forma acessível para alunos do 3º ciclo do ensino fundamental.

Outro trabalho considerado foi o de Van Der Mer (2017) que desenvolveu sua pesquisa junto a oito licenciandos, do projeto PIBID/UFU de Matemática, sobre as potencialidades de uma sequência didática para o desenvolvimento do conceito de volume. A autora realizou uma pesquisa qualitativa através de imagens, áudio e entrevista com os participantes de forma a analisar o material, o desempenho dos licenciandos e suas opiniões sobre as atividades.

Van Der Mer (2017) baseou-se na teoria da aprendizagem significativa de DAVID AUSUBEL, que considera a estrutura mental organizada de forma coerente e hierarquizada onde os conceitos são apreendidos de forma significativa ou mecanizada. A significativa ocorre quando são feitas conexões intencionais com conhecimentos anteriores fazendo certo sentido na estrutura mental já existente, enquanto que na aprendizagem mecânica não são feitas associações coerentes com as ideias anteriores. Nas duas há aprendizagem, mas a qualidade e a profundidade da aprendizagem são diferentes e durante o processo de aprendizagem as duas podem ocorrer de forma alternada ou complementar. Também destaca dois tipos de aprendizagem: por descoberta, através de interação direta e curiosa do aluno, ou por recepção, onde o conteúdo é apresentado de forma pronta. Além disso, defende a

necessidade de duas condições para que ocorra a aprendizagem significativa: o material deve ser potencialmente relevante para o aluno, e este deve estar motivado a se envolver no processo.

Van Der Mer (2017) relata que a sequência didática foi composta de atividades encadeadas de discussões e ações executadas pelos alunos com a mediação do professor, por meio de estratégias de construções, diálogos, experimentos, questionários e tabelas. A maioria das atividades foi desenvolvida em duplas e alguns problemas foram resolvidos individualmente. A autora concluiu que a sequência didática apresentada aos alunos favoreceu a descoberta e a discussão da compreensão conceitual de volume, bem como mostrou a necessidade de intervenção do professor, em alguns momentos, para esclarecer dúvidas e formalizar propriedades envolvidas. Destacou a articulação e dissociação dos quadros numérico, geométrico e das grandezas através de atividades de **produção, medição e comparação** e também da relação entre volume, massa e densidade para a compreensão do conceito de volume. Além disso, destacou a potencialidade significativa do material, deixando o professor responsável por identificar os conhecimentos prévios dos alunos de forma a relacioná-los ao material para despertar a reflexão e a motivação dos alunos.

Dentro da revisão exposta acima, para o desenvolvimento de nossa pesquisa, vamos dar especial atenção ao trabalho colaborativo e reflexivo do *Lesson Study*, como bem destacou Gaigher (2017): detalhamento dos objetivos, possíveis estratégias de resolução, uso de materiais que podem auxiliar a execução das aulas, preocupação em não direcionar o pensamento dos alunos, valorizar o compartilhamento de estratégias, uso de esquemas, desenhos e outras estratégias de representação para auxiliar na compreensão e questionamentos mais diretos para ajudar o fluxo de raciocínio dos alunos, bem como evitar termos que podem travar o fluxo de pensamento. Favorecendo, dessa forma, os três tipos de práticas consideradas potencializadoras do desenvolvimento profissional: as práticas reflexivas, as colaborativas e as investigativas, conforme Bezerra (2017).

Além disso, para promover o aprendizado do professor precisamos, segundo Harsono (2016): propiciar situações que estimulem a pesquisa sobre o assunto a ser ensinado, os materiais utilizados, antecipação de dúvidas e equívocos que os alunos possam ter e que ajudem o professor na superação de suas limitações conceituais. Adicionamos a isso as três características que Thompson (2015) destacou como necessárias para que a aprendizagem

profissional melhore a aprendizagem dos alunos: foco na aprendizagem dos alunos, ser contínua e prolongada. Para tal propomos uma formação de quatro meses com encontros semanais, para dinamizar e concentrar nossos esforços no trabalho docente.

Para o trabalho com a grandeza volume utilizaremos a adaptação realizada por Figueiredo (2013) que considera o conceito de volume como sendo objeto do quadro das grandezas, os sólidos correspondendo ao quadro geométrico e os números reais positivos referentes às medidas das grandezas que correspondem a objetos do quadro numérico. Para o desenvolvimento do conceito de volume trabalharemos com os três tipos de situações: **situações de medição, de comparação e de produção**; sem o uso de fórmulas para que o foco esteja concentrado na diversidade e no alargamento do pensamento matemático nesse tema. Além de estimular e fortalecer a formação e utilização de modelos mentais onde os indivíduos criam e usam recordações de experiências semelhantes ou imaginam representações mentais para visualizar, compreender e pensar sobre outras situações. Dessa forma, segundo Serra (2010), os alunos interiorizam modelos mentais e incorporam estrutura por camadas, conseguindo enumerar as unidades de medida sem materiais perceptivos ou concretos.

Sendo assim, podemos destacar o *Lesson Study* como uma abordagem de desenvolvimento profissional que nos ajudará a desenvolver os conhecimentos específicos de matemática, bem como os conhecimentos pedagógicos de conteúdo necessários à profissão de professor. Tendo como pano de fundo a elaboração de aulas para construção do conceito de volume através de situações de comparação, medição e produção. Aulas essas, construídas de forma investigativa, colaborativa e reflexiva.

Gostaríamos de acrescentar que nenhum desses trabalhos desenvolveu o conceito de volume na formação de professores e isso, em si, já é um diferencial do nosso trabalho. Além disso, fazer uso do *Lesson Study* para esse fim, também se mostra uma alternativa relevante, uma vez que será desenvolvido pelos próprios professores, na prática e para a prática.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 *Lesson Study*

O *Lesson Study* teve origem no Japão em 1872 (FUJII, 2014). Esta abordagem, para além da preocupação com a aprendizagem de alunos, se presta também para a formação profissional continuada de professores, pois é desenvolvido por professores na prática e para a prática, fugindo da tradicional imposição vertical (de cima para baixo) pelos departamentos de ensino ou secretarias de educação.

Envolve um trabalho colaborativo entre professores de uma mesma escola, de outras escolas, pedagogos, técnicos, gestores educacionais de todos os níveis ou qualquer outro profissional ligado à área educacional. Consiste de três momentos ou etapas de desenvolvimento: planejamento, execução e reflexão (TAKAHASHI; YOSHIDA, 2004).

Planejamento: é a etapa inicial, onde os professores analisam o currículo, elaboram metas e determinam o tema ou o assunto a ser pesquisado. Esse tema tem que ter relevância para a aprendizagem do aluno, ou seja, ser necessário do ponto de vista educacional, histórico, científico ou social. Mas também pode ser um tópico que os professores considerem de difícil ensino. Outro ponto a ser observado é quais ligações esse tema pode ter com outras ideias ou áreas e de que forma ele pode ser trabalhado durante o ano.

Uma vez vencida essa parte inicial, os participantes definem quais objetivos de longo prazo para a aprendizagem dos alunos da turma a qual se destina. Depois fazem o **estudo do material (*kyozaiikenkyu*)**, examinando como esse tema é abordado no currículo escolar, livros textos e que materiais de apoio, materiais concretos ou manipulativos (materiais pedagógicos) podem ser usados. Que pré-requisitos os alunos precisam dominar, o que eles já sabem e o que são capazes de fazer.

Após, elaboram um plano de aula ou sequência de aulas para trabalhar esse tema com os alunos de forma a potencializar seu aprendizado. Isso é um dos pontos fortes do *Lesson Study*, pois muda o foco do ensino centrado no professor para se concentrar na aprendizagem ativa do aluno. Esse plano de aula é mais rico em detalhes e em profundidade. Ele contém todos os objetivos a serem alcançados, a dinâmica a ser utilizada na aula, antecipa as possíveis respostas, equívocos, prevê erros ou dúvidas que os alunos possam ter no decorrer da aula,

bem como respostas, questionamentos e esclarecimentos que o professor poderá dar para minimizar essas ocorrências. Essa antecipação não é para enrijecer o planejamento, mas para dar maior segurança ao professor quando se deparar com essas situações.

Para ajudar nessa etapa, o grupo de estudo do *Lesson Study* pode convidar alguém de fora, conhecido como **Knowledgeable other**, normalmente um professor de uma universidade local, com experiência em *Lesson Study*, para apoiar e implementar os estudos e discussões do grupo (FERNANDES, 2002).

Além de tudo isso, a aula deve ser conduzida prioritariamente por questionamentos que provoquem e agucem a curiosidade, despertem a vontade de saber e os orientem. Isso deve ser feito através da resolução de problemas ou de uma problematização (TAKAHASHI, 2006). O professor deve ser provocativo no sentido de colaborar para a autonomia do aluno, desenvolvendo seu senso crítico e estimulando a comunicação e interação entre os alunos e entre estes e o professor para que haja discussão e conclusão de suas produções de conhecimento (**neriage**) (SOUZA, 2019).

Execução: é a prática da aula planejada. É escolhido um professor para executar o planejamento em uma de suas turmas. Essa aula deve ocorrer na sala de aula regular da turma e ser executada pelo professor da turma, pois, dessa forma, mantêm-se as características ou ambiente habitual dos alunos. Os demais participantes do planejamento ficam no fundo ou ao redor da sala, para observarem e realizarem anotações necessárias sobre a aprendizagem dos alunos mediante o planejamento construído colaborativamente, para embasar uma avaliação grupal posterior. Esses apontamentos devem ser focados na aprendizagem dos alunos, suas dúvidas, reações, equívocos, se o que foi planejado foi potencial ou se requer alterações e de que forma isso influenciou o aprendizado.

Durante a execução o professor precisa estar atento às produções dos alunos, buscando relacioná-las às que foram previstas no plano, e buscar introduzir as que não foram prevista. Depois, deve motivar os alunos a mostrar sua produção e explicar seu raciocínio para os colegas. Essa fase, chamada de **Neriage**, é muito importante, pois é nesse momento que os alunos irão elaborar uma síntese do que aprenderam, mas para tal, é necessário comparar, discutir e refletir sobre as diferentes estratégias elaboradas pelos seus colegas, identificar semelhanças, diferenças e conexões entre elas, indo da mais ingênua a mais sofisticada para favorecer o entendimento do conceito matemático, objeto da aula. Para que esse momento

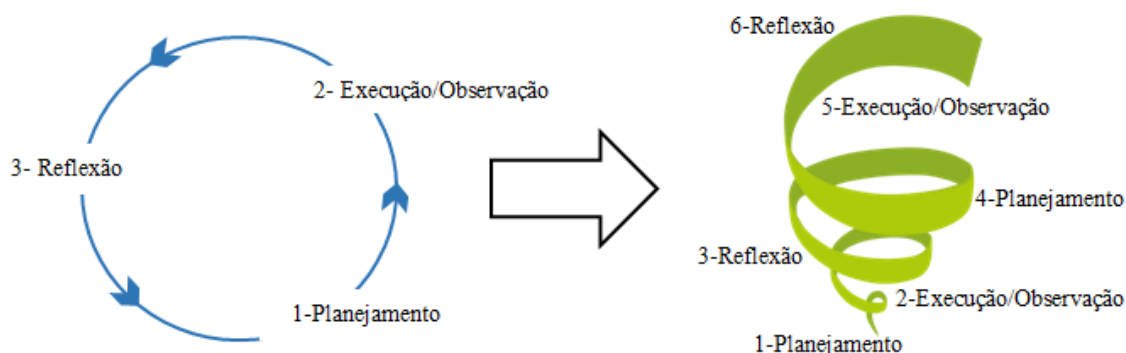
aconteça de forma produtiva as estratégias devem ficar visíveis aos alunos, preferencialmente expostas no quadro da sala (**Bansho**). O **bansho** permite que os alunos tenham uma visão completa do trabalho realizado e possam sintetizar o que foi aprendido. Durante o planejamento, os professores precisam pensar e antecipar a melhor forma de usar o quadro para que potencialize as discussões, a reflexão e a escrita das estratégias focando a aprendizagem dos alunos (SOUZA, 2019).

Reflexão: é a fase posterior à aula. Nesse momento, sem os alunos, os participantes socializam suas anotações e observações. É o momento de avaliar se o planejamento alcançou os objetivos propostos. O professor regente da turma relata a sua visão sobre a aula, seus alunos e o que funcionou ou não, o que sentiu necessidade de alterar e que não estava previsto. Os outros participantes observadores, de posse de seus apontamentos, também fazem suas avaliações sobre a aprendizagem dos alunos e sobre o planejamento. O ideal é que esse momento seja feito na mesma sala para que os registros dos alunos nas atividades e no quadro (**Bansho**), e os materiais utilizados durante a aula, estejam à vista de todos, para ajudarem nos comentários da avaliação.

Esse momento também é propício para a participação do **Knowledgeable other**, pois traz um olhar mais diferenciado sobre a aula e se os alunos conseguiram alcançar os objetivos propostos. É realizado um registro dessa discussão, junto do plano de aula, com exemplos de resoluções dos alunos para comporem uma avaliação mais completa da aula. Se concluírem que a aula precisa ser replanejada, alterada de alguma forma, para melhorar seus resultados, então se conclui esse ciclo e se inicia um novo ciclo, cujos passos acima são retomados, para serem reexecutados.

Inicia-se, então o que Souza, Wrobel e Gaigher (2017) denominaram de Espiral do *Lesson Study* (Figura 1).

Figura 1 - Espiral do *Lesson Study*.



Fonte: Souza, Wrobel e Gaigher, 2017, p. 55.

Segundo as autoras,

O método de estrutura cíclica é centrado na colaboração-ação-reflexão que integram três etapas principais: planejamento da aula, sua execução, posterior análise e reflexão dos pontos que atingiram as expectativas ou não dos professores (ISODA, 2010), podendo haver replanejamento, reexecução e nova reflexão, a depender dos resultados anteriores e da necessidade de nova aplicação do plano. As autoras preferem entendê-las e dispô-las em uma configuração espiralada - denominada Espiral do *Lesson Study* - por ser uma representação que transmite ideia de que a cada novo passo agregam-se ações em nível mais elevado de maturidade (SOUZA; WROBEL; GAIGHER, 2017, p. 54).

Considera-se que não é produtivo reaplicar o plano de aula na mesma turma, pois seria um reaprendizado e perderia o seu potencial estimulador. Entretanto, a avaliação servirá para embasar novos planejamentos de aula a serem executados na mesma turma.

O *Lesson Study* tem despertado o interesse de diversos países, como Estados Unidos, países da Cooperação Econômica Ásia-Pacífico (APEC), nações africanas, como Uganda e Malawi e países europeus, como Irlanda, Portugal e Espanha. Além disso, Takahashi e Yoshida (2004) realçam algumas características do *Lesson Study*:

- Os alunos são o centro da aprendizagem;
- O ambiente de pesquisa é o ambiente normal de sala de aula;
- A pesquisa de aula é feita pelos próprios professores;
- O regime de colaboração entre os participantes, onde cada um aprende com as experiências do outro em cada etapa;

O uso do *Lesson Study* como abordagem de desenvolvimento profissional de professores se deve ao fato de, em um ciclo de pesquisa de aula, planejamento, execução e reflexão, os participantes precisam aplicar ou apropriar-se de conhecimentos específicos e pedagógicos de matemática que possibilitem avaliar e selecionar os materiais de ensino, pesquisar o tema da aula, suas ramificações no currículo escolar, seu valor histórico e social, selecionar a melhor maneira de abordar o assunto, além de antecipar e perceber possíveis reações, equívocos, erros ou mal entendidos dos alunos para conseguirem promover a aprendizagem.

Para esclarecer e identificar que tipos de conhecimentos específicos e pedagógicos, são mobilizados durante um *Lesson Study*, iremos nos apoiar na Teoria de Ball, Thames e Phelps (2008) sobre formação de professores e os conhecimentos que são inerentes à sua profissão.

3.2 Formação de professores

Para o nosso trabalho com formação de professores de matemática usaremos como referência Ball, Thames e Phelps (2008), integrantes do grupo Hill et al. (2011), que trata dos conhecimentos necessários à formação e prática do professor, em especial do professor de matemática. Esses autores, por sua vez, se inspiraram nos trabalhos de Shulman para formular sua teoria.

Um primeiro questionamento relevante que Shulman (1986) levantou é: que conhecimentos são necessários à profissão de professor? Determinar o que é realmente relevante ao ofício de ensinar é uma tarefa árdua a que se dedicaram vários pesquisadores, dos quais destacamos Shulman (1986) que iniciou o trabalho de investigação identificando, separando e mensurando o conhecimento e habilidades inerentes ao trabalho do professor. Suas discussões instigaram diversos pesquisadores a encontrar os detalhes que preencheriam suas lacunas. Detalhes esses que Ball, Thames e Phelps (2008) com muito esforço deram sua contribuição através de suas pesquisas referentes aos conteúdos exigidos à tarefa de ensinar, mas principalmente em como o professor precisa saber esses conteúdos. Além disso, buscando ampliar e detalhar o trabalho começado por Shulman (1986), esses autores conseguiram classificar os conteúdos em:

- Conhecimento de Conteúdo Comum;
- Conhecimento de Conteúdo Especializado;
- Conhecimento Horizontal de Conteúdo;
- Conhecimento de Conteúdo e Currículo;
- Conhecimento de Conteúdo e Estudantes;
- Conhecimento de Conteúdo e Ensino;

Os três primeiros correspondem ao Conhecimento de Assunto, ou seja, os conhecimentos de matemática que todo professor tem que dominar, enquanto os outros três correspondem ao Conhecimento Pedagógico de Conteúdo, que se referem exclusivamente à tarefa de ensino (Figura 2).

Figura 2 - Conhecimentos do Professor.



Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps, 2008, p. 5

Ball, Thames e Phelps (2008) consideram Conhecimento de Conteúdo Comum como os conhecimentos básicos de matemática que outras pessoas também possuem, pois também são usados em outras profissões que não a de professor.

Conhecimento de Conteúdo Especializado são conhecimentos aprofundados de matemática que possibilitam ao professor conhecer detalhes a respeito da matemática que o instrumentaliza saber, o porquê, e como funcionam os aspectos mais internos da matemática. Permitem analisar os trabalhos dos alunos, estratégias, raciocínios e livros textos e validá-los ou não à luz da matemática.

Conhecimento Horizontal de Conteúdo é o olhar sobre tópicos e ideias matemáticas e como tratá-los ao longo dos anos de estudo e suas relações com outros campos e conceitos.

Com respeito ao Conhecimento Pedagógico de Conteúdo, muito se discute a respeito de como defini-lo de forma menos ampla. Mas, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), o consenso entre os pesquisadores, como Berg e Greive (1999), Lowery (2002), Niess (2005), Magnusson, Krajcik, e Borko (1999), sugere que seria a forma de agregar o conhecimento específico de matemática com a tarefa de tornar esse conhecimento acessível ao aluno, ou seja, como criar meios para potencializar a apropriação desse conhecimento pelo aluno. Para tal, faz-se necessário saber o que é preciso ensinar aos alunos, sobretudo a partir do que os

documentos oficiais dizem que é necessário o estudante saber, ou seja, ter Conhecimento de Conteúdo e Currículo.

Saber como os alunos pensam, aprendem, quais são os erros cometidos mais comuns, quais estratégias eles mais utilizam, como antecipar essas ações de modo a compreendê-las e aproveitá-las de forma construtiva. Isso seria o Conhecimento de Conteúdo e Estudantes.

O último domínio, Conhecimento de Conteúdo e Ensino, refere-se ao melhor meio de ensinar. Saber utilizar os melhores exemplos, as melhores técnicas, quais métodos usar e qual o melhor momento de usá-los. Faz uma combinação entre a compreensão do conteúdo matemático e conteúdo pedagógico.

Uma formação de professores deve buscar garantir que o professor tenha domínio desses aspectos para que o mesmo tenha condições de desenvolver um trabalho profissional de qualidade. Para tanto, faz-se necessário aliar teoria e prática, pois a simples transmissão de conteúdos para o professor sem uma articulação e análise de sua prática de trabalho fica desprovida de significado, caindo no mesmo viés de conteúdo sem sentido porque o professor fica com a ideia de modelo a ser repetido e aplicado em sala de aula sem entender as particularidades que envolvem sua profissão.

Para darmos prosseguimento ao nosso trabalho definimos a escolha do conteúdo Volume em nosso *Lesson Study*. Sua escolha se deve à importância social dessa grandeza no nosso cotidiano, às conexões que podem ser estabelecidas com outros tópicos de matemática e pela sua utilização nas áreas técnicas e científicas (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

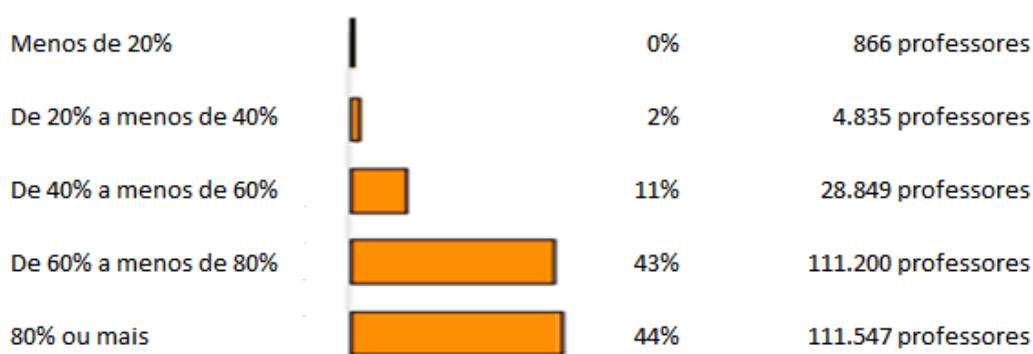
3.3 Conceito de Volume

O bloco curricular de grandezas e medidas tem fundamental importância em nossa sociedade, pelo seu forte viés científico, histórico e social. Além disso, fornece ligações estreitas com os blocos da geometria e dos números e operações.

Dentro desse grande bloco destacamos a grandeza volume, que além dos PCN (BRASIL, 1998) encontra-se no novo BNCC (BRASIL, 2016) com orientações de seu ensino desde as séries iniciais até o Ensino Médio. Entretanto, apesar das mudanças ocorridas nos livros didáticos nos últimos anos, ainda é usual a abordagem do bloco grandezas e medidas, e em particular a grandeza volume, nos capítulos finais, podendo contribuir para uma forte defasagem na compreensão desse conceito (MORAIS; BELLEMAIN, 2010). Isso pode ocorrer porque muitos professores não conseguem trabalhar todo o conteúdo programado dos livros didáticos, conforme os dados do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) do questionário do professor da Prova Brasil 2015, menos de 50% dos professores conseguem atingir até 80% do conteúdo do livro didático (Figura 3).

Figura 3 - Quantidade de conteúdo desenvolvido pelo professor durante o ano letivo.

106) Quanto do conteúdo previsto você conseguiu desenvolver com os alunos desta turma neste ano?



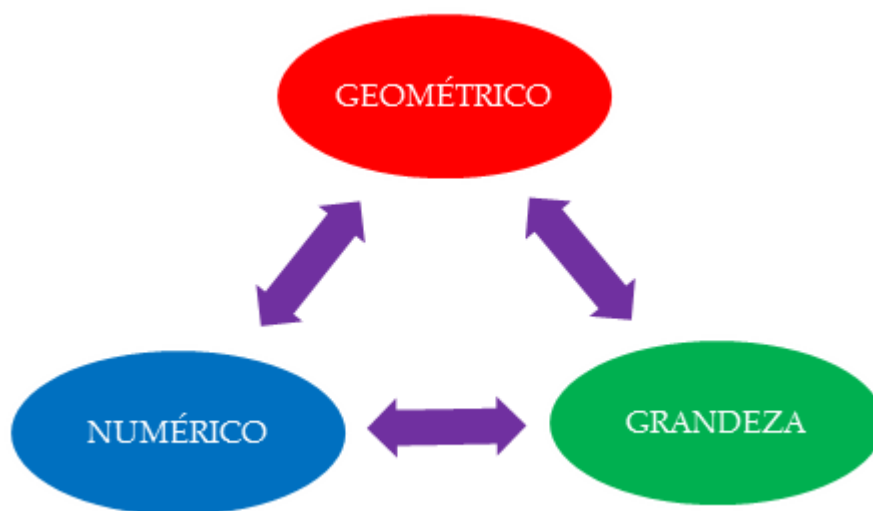
Questionário professor Prova Brasil 2017 | Questionários aplicados: 497.035 | Questionários respondidos: 387.040 | Respostas válidas para esta questão: 257.297 | QEdU.org.br

Fonte: QEdU Academia, 2018.

Douady e Perrin-Glorian (1989) propuseram um modelo de estudo da grandeza área que está sendo usado por outros pesquisadores, com outras grandezas, como volume (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Esse modelo consiste em uma tríade de domínios: geométrico,

grandeza e número (Figura 4). Isso significa que o professor deve criar situações que proporcionem ao aluno a percepção da distinção e articulação desses três domínios para que possa se apropriar do conceito de grandeza.

Figura 4 - Modelo de domínios da grandeza Volume.



Fonte: Adaptado de Lima e Bellemain, 2010, p. 173.

No caso específico de volume, Lima e Bellemain (2010) defendem que podemos ter objetos diferentes com o mesmo volume, por exemplo, um bloco retangular e um cubo de 27 cm^3 , isso significa que o volume não está preso ao objeto geométrico. Além disso, podemos ter o mesmo volume representado em unidades diferentes, um cubo de 28 cm^3 ou 28000 mm^3 , isso nos dá números diferentes, logo o volume não está associado ao número.

Além disso, documentos oficiais, como os PCN (BRASIL, 1998) e a BNCC (BRASIL, 2016) sugerem que, para um completo entendimento do conceito de volume, há necessidade de desenvolver tarefas de **comparação**, estimativa, **medição**, transformação de unidades mais usuais, uso de fórmulas e **produção** (construção de sólidos a partir de um volume dado). Isto justifica, a grandeza Volume como tema de nosso trabalho, sobre o qual estaremos especificamente voltados para o desenvolvimento do conceito baseado na comparação, medição e produção - etapas iniciais da construção desse pensamento matemático.

Assim como Mello (2018) e Figueiredo (2013), também nos apoiaremos nesse modelo de quadros, conforme defendido por Lima e Bellemain (2010), e utilizaremos atividades de **comparação, medição e produção** para fazermos nosso *Lesson Study* de volume.

Gostaríamos de esclarecer que as atividades de comparação podem envolver medição ou a medida em si (número), assim como a medição pode envolver comparação, por exemplo, com a unidade de medida escolhida. O que difere uma atividade da outra é o enfoque que se quer dar. Se o foco é comparar, a atividade é de comparação e se o foco é medir, a atividade é de medição.

Também gostaríamos de pontuar que o **conceito de volume** que abordaremos é o de “**espaço ocupado por um sólido geométrico**”, como exposto por Lima e Bellemain (2010):

No mundo físico, um objeto tridimensional ocupa parte do espaço ambiente e a esta parte associamos um modelo matemático, uma ‘figura geométrica’, ou ‘sólido geométrico’, como já mencionamos neste capítulo. A esses objetos físicos (ou aos sólidos geométricos correspondentes), por sua vez, associamos a grandeza volume. Há, por isso, dois componentes a considerar: objetos e seu volume. Eles estão estreitamente ligados, mas não se confundem, pois diferentes sólidos geométricos podem ter o mesmo volume, ou seja, podem ocupar ‘o mesmo tanto de espaço’ (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 192).

No decorrer do trabalho, percebemos que além de volume, necessitamos do conceito de capacidade, pois os dois conceitos estão interligados à mesma grandeza, volume, mas não representam o mesmo conceito e como muitos professores os confundem, sentimos necessidade de um maior esclarecimento. Sendo assim, o **conceito de capacidade** que consideramos é o de “**volume da parte interna de um recipiente**”, conforme esclarece Lima e Bellemain (2010):

Quando o objeto considerado é um recipiente – objeto com espaço interno disponível – surge o conceito de **capacidade**, que nada mais é do que o volume da parte interna de tal objeto. Assim, volume e capacidade são a mesma grandeza, em contextos diferentes (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 192).

Normalmente, as pessoas associam a capacidade de um recipiente ao volume do líquido armazenado nele. Entretanto, Lima e Bellemain (2010) ressaltam que isso pode gerar confusão entre o volume e a massa do líquido, pois a capacidade não requer a existência de líquido no interior do recipiente e, também, não é usual ocupar todo o interior do recipiente para não haver transbordamento do líquido, ou seja, o volume do líquido é sempre menor do que a capacidade do recipiente.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

4.1 *Design* da pesquisa

A abordagem metodológica da pesquisa trabalha com dados qualitativos. O método utilizado foi observação participante em que “o pesquisador se torna parte da situação observada, interagindo por longos períodos com os sujeitos, buscando partilhar seu cotidiano” (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 1999, p.166).

A pesquisa foi desenvolvida durante a disciplina de mestrado Formação de Professores em Ciências e Matemática, no primeiro semestre de 2018, do programa de pós-graduação strito-sensu Educimat do CEFOR, Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância do IFES - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. A disciplina teve carga horária de 30h presenciais em 15 encontros de duas horas, contando com oito alunos participantes (Alunos-professores) e mais a professora da disciplina (Professora-doutora). Além disso, contou com encontros virtuais, através de sala Moodle, com participação em fóruns, leituras de materiais teóricos e de pesquisas científicas, questionários, vídeos, utilização de uma ferramenta wiki (de trabalho colaborativo online) e troca de mensagens via correio eletrônico e aplicativos.

Dos oito alunos-professores, seis são professores da rede básica de educação (fundamental e médio), sendo cinco da área de matemática e um da área de física, já os outros dois alunos-professores, um é licenciando em matemática do Ifes (ouvinte na disciplina), e o último tem formação em administração com complementação pedagógica para lecionar matemática. As aulas foram ministradas em uma sala do CEFOR-IFES.

Dos quinze encontros, quatro foram para discussão inicial do curso, planejamento individual de uma aula sobre volume e estudo sobre o *Lesson Study*; os outros onze encontros, foram para planejamento de uma aula para o ensino do conceito de volume, seguindo os princípios do *Lesson Study*. Foram oito encontros de duas horas nos dias: 15/03, 22/03, 05/04, 26/04, 03/05, 10/05, 17/05 e 24/05/2018; e três encontros de três horas nos dias: 07/06, 14/06 e 21/06 (a turma concordou que duas horas não estavam sendo suficientes). Além disso, foi necessário mais um encontro para a execução e a reflexão da aula, que ocorreu no dia 28/06/2018 em uma escola da rede municipal de educação de Vitória, E.S.

A professora-doutora atuou como professora da disciplina apenas nos quatro primeiros encontros, em que apresentou as normas, a organização, os espaços físico e virtual da disciplina, o sistema de avaliação e as informações necessárias sobre o *Lesson Study*. Após esse início, a professora-doutora assumiu a postura de participante do *Lesson Study*, se igualando aos outros membros do grupo, o que favoreceu um clima de colaboração e confiança entre os participantes.

Essa colaboração se deu através da participação de todos com suas ideias, textos, vídeos, discussões, visões e partilha de experiências, em um clima de respeito e ajuda mútua. Sempre é bom associar experiência com visões e conhecimentos diferenciados, pois todos têm algo a aprender e algo a ensinar.

Foi convidada uma professora da UFES (Universidade Federal do Espírito Santo) para atuar como *Knowledgeable other*, mas ela não pôde comparecer aos encontros. Como não foi possível substituí-la, ficamos sem a participação do *Knowledgeable other* em nosso *Lesson Study* e, conseqüentemente, em nossa pesquisa.

Os dados das discussões e das observações das aulas foram registrados em diário de bordo e gravações de áudio e vídeo, com as devidas autorizações registradas em termos de consentimento livre e esclarecido, atendendo exigências de ética em pesquisa.

4.2 Planejamento da Aula, Coleta e Análise de Dados

No primeiro momento da investigação, os alunos-professores deveriam elaborar, individualmente, um plano de aula para o ensino do conceito de volume. Esse plano deveria ser efetuado nos moldes dos planos feitos em suas escolas. Entretanto, esses planos não seriam executados, pois o objetivo era que o plano servisse como uma referência inicial para posterior comparação e verificação dos avanços em termos de conhecimento dos professores mediante o uso do *Lesson Study*.

No segundo momento, os professores apresentaram seus planos para a turma e foram realizados alguns questionamentos para esclarecer pontos que não estavam explícitos e outros que estavam ausentes. Os planos foram entregues à professora-doutora para serem realizadas as observações necessárias e para nossa análise de dados, comparando esses planos iniciais com o planejamento de aula que foi efetuado posteriormente e colaborativamente dentro dos moldes do *Lesson Study*.

Tivemos três encontros sobre a abordagem *Lesson Study*. Nesses encontros, a professora-doutora fez uma explanação sobre: os princípios dessa abordagem, suas etapas e o trabalho investigativo, colaborativo e reflexivo, no qual está alicerçado. Essas informações eram necessárias para podermos dar andamento a pesquisa e começar a praticá-la.

O terceiro momento da pesquisa foi a construção colaborativa do planejamento da aula para o ensino do conceito de volume. Colaborativa porque todos tiveram chance de contribuir com suas visões, análises e observações, sendo para concordar ou discordar, auxiliando uns aos outros no trabalho de construção do plano de aula. Ficou definido, a princípio, que a aula seria planejada para uma turma de 6º ano do ensino fundamental. Mas, como os alunos-professores não trabalhavam com esse ano escolar, a aluna-professora AP3 se dispôs a executar o plano em uma de suas turmas do 7º ano, pois não havia sido trabalhado esse conceito no ano anterior.

Nessa etapa do planejamento, fizemos o estudo do currículo de matemática da rede municipal de Vitória, dos PCN (BRASIL, 1998) e da nova BNCC (BRASIL, 2017). Verificamos como é abordada a grandeza volume e quais os impactos e ligações do conceito de volume com outras áreas e dentro da própria matemática. Analisamos também algumas dissertações sobre esse assunto e fizemos o estudo do material a ser usado na aula. Essa etapa é muito importante,

uma vez que o professor se depara com o conceito científico e compara com os seus próprios conceitos, ampliando sua compreensão.

Ficou definida a utilização de uma problematização que envolvesse o interesse e a participação de toda a turma e que seriam propostos três tipos de atividades: de comparação, de medição e de produção, conforme o nosso referencial teórico orienta.

O material escolhido para a aula foram três blocos feitos com papelão Paraná (Figura 5), trinta blocos em MDF (*Medium Density Fiberboard*) de dois tamanhos diferentes e seiscentos bloquinhos em MDF todos de mesmo tamanho, para servir de unidade de volume (Figura 6).

Figura 5 - Blocos em Papelão Paraná.



Figura 6 - Blocos e bloquinhos em MDF.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Além disso, tivemos que pensar e decidir sobre as medidas dos materiais a serem usados nas aulas, tanto dos bloquinhos e dos blocos de MDF, como dos três blocos de papelão Paraná. Pois, as medidas dos blocos não poderiam gerar confusão nos alunos na hora de fazerem os empilhamentos com os bloquinhos.

Ficou definido que, ao final da aula, seria entregue uma atividade avaliativa para os alunos, que chamamos de Quiz, que consistiu de nove figuras e dez afirmações que deveriam ser classificadas como verdadeiras ou falsas.

Como instrumentos de coleta de dados, usamos os planejamentos individuais, o planejamento colaborativo, gravações de áudio e vídeo e diário de bordo. Para análise dos dados levamos

em conta os conhecimentos específicos e pedagógicos, elencados por Ball, Thames e Phelps (2008), que puderam ser percebidos nos instrumentos, mesmo sendo percebidos apenas indícios desses conhecimentos.

4.3 O Plano de Aula

Apresentamos abaixo o plano de aula construído colaborativamente, através do *Lesson Study*.

PLANO DE AULA SOBRE O CONCEITO DE VOLUME

1- INFORMAÇÕES GERAIS

Local para os encontros para o planejamento da aula: Cefor - Vitória - ES.

Encontros para o planejamento: os professores que compõem a equipe (Figura 7) realizaram 11 encontros entre os meses, março a junho de 2018, às quintas-feiras, no horário das 8 h às 10 h, eventualmente das 7 às 10h (Quadro 4).

Quadro 4 - Cronograma de encontros para o planejamento da aula de volume

Mês	Março		Abril		Maio				Junho		
Dia	15	22	5	26	3	10	17	24	7	14	21

Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Ademais, muitas reuniões à distância, via *whatsapp* ou *skype*, foram realizadas ao longo do mesmo período.

Figura 7 - Planejamento presencial.



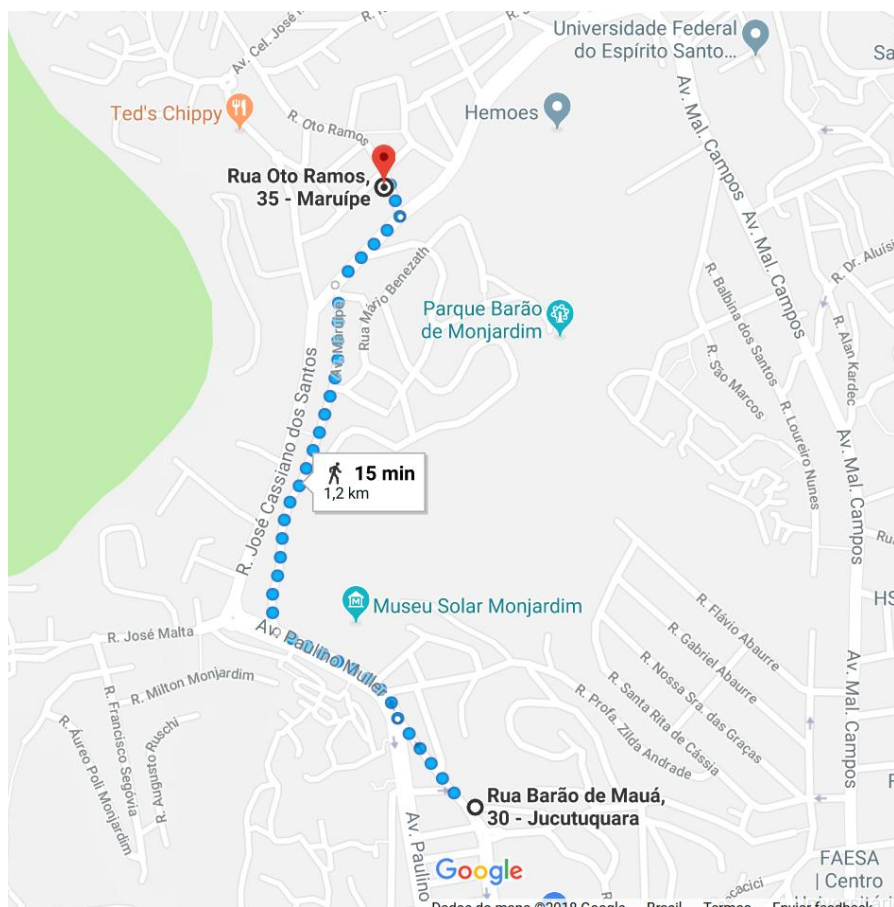
Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Escola para execução da aula: EMEF Suzete Cuendet

Endereço da EMEF Suzete Cuendet: Rua Oto Ramos, 35, Maruípe, Vitória, ES.

Rota do Cefor para a EMEF Suzete Cuendet (Figura 8):

Figura 8 - Rota do Cefor para a EMEF Suzete Cuendet



Fonte: Google Maps, 2018.

Professora-executora: AP3

Ano escolar: 7º Ano do Ensino Fundamental Turma: A

Quantidade esperada de alunos: 30

Local da aula: sala de aula regular dos alunos.

Preparação física da sala de aula: 7h do dia 28/06/2018.

Data de aplicação da aula: 28/06/2018

Duração: 3 aulas de 50 minutos (1ª, 2ª e 5ª aulas)

2- TEMA E OBJETIVOS DA AULA

Tema: Conceito de volume.

Objetivo: Promover o desenvolvimento do conceito de volume por meio de problematização.

3- ONDE O CONTEÚDO DE VOLUME SE LOCALIZA NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DA EMEF SUZETE CUENDET (PMV)

Analizando o currículo de matemática da Prefeitura Municipal de Vitória (Figura 9), onde a escola faz parte, percebemos que o trabalho com volume e capacidade deve começar desde as séries iniciais. Apesar de serem conceitos diferentes, capacidade se insere na grandeza volume, uma vez que se refere ao volume interno de um objeto que, normalmente, é nomeado como recipiente, pois pode armazenar algo dentro dele.

Tendo em vista essa íntima relação, é aconselhável o trabalho concomitante desses dois conceitos, analisando e comparando suas semelhanças e diferenças de maneira a contribuir para a apropriação desses conceitos pelo educando.

O trabalho deve priorizar situações de resolução de problemas com medição e uso de unidades convencionais e não convencionais para a determinação do volume de prismas retangulares. Essas situações de medição favorecem a utilização de conhecimentos do campo aditivo e multiplicativo, mas não devemos priorizar, nesse momento inicial, a utilização de fórmulas. As fórmulas serão uma consequência de regularidades a serem percebidas pelos alunos durante a execução das atividades e reflexão de suas ações.

Figura 9 - Volume no currículo de matemática da Prefeitura Municipal de Vitória.

Objetivos de Aprendizagem para o Componente Matemática: Ensino Fundamental													
EIXOS	CONTEÚDOS	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM	ANOS INICIAIS					ANOS FINAIS				ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS	
			1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º		
			LEGENDA: (I) Iniciar – (A) Aprofundar - (C) Consolidar										
4- GRANDEZAS E MEDIDAS		4.9 Resolver situações-problema, utilizando instrumentos de medidas (convencionais e não convencionais) relativos às grandezas mensuráveis de massa.	I	A	A	A	A/C						
		4.10 Resolver situações-problema que envolvem a grandeza massa e as relações entre as unidades de medida dessa grandeza (mg, g, Kg, tonelada).				I/A	A	A/C	A/C	A/C	A/C		
		4.11 Resolver situações-problema, utilizando instrumentos de medidas (convencionais e não convencionais) que envolvem as grandezas capacidade/ volume.	I	A	A	A	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C		E importante lembrar que capacidade não é uma grandeza de medida, portanto durante o trabalho deve ficar claro a diferença entre capacidade e volume. Também é importante considerar o trabalho com as unidades de medidas mais usuais: Capacidade: ml - l
		4.12 Resolver situações-problema que envolvem a grandeza capacidade/volume e as relações entre as unidades de medida dessa grandeza (l, ml).				I/A	A	A/C	A/C	A/C	A/C		O foco deve ser o cálculo do volume dos prismas retangulares. O cálculo do volume oportuniza ao estudante utilizar seus conhecimentos sobre o campo multiplicativo e suas propriedades.
		4.13 Compreender o processo de medição, bem como as características do instrumento utilizado para medir.			I	A	C						
		4.14 Compreender o conceito de dia, semana, mês e ano, e como são organizados no calendário.	I	A	A/C	A/C	C						As atividades relacionadas à grandeza tempo devem utilizar calendário e relógio (digital e de ponteiros). Podem também ser utilizados instrumentos como ampulheta e cronômetro.
		4.15 Saber ler horas em relógios digitais.	I	A/C	C								
		4.16 Saber ler horas em relógios de ponteiros.	I	A	A	C							
		4.17 Resolver situações-problema que envolvem intervalo de tempo.			I	A/C	A/C	A/C	A/C	A/C			
	4.18 Resolver situações-problema que envolvem relações entre unidades usuais de medida de tempo (hora, dia, mês, ano, etc.).				I	A/C	A/C	A/C					

Fonte: Diretrizes Curriculares Vitória – ES, Vitória, 2018, p. 208.

4- IMPACTOS DO CONTEÚDO DA AULA PARA O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA E OUTROS CURRÍCULOS DE DISCIPLINAS ESCOLARES

O nosso objetivo geral é o desenvolvimento do conceito de volume de prismas retangulares. Uma vez iniciado esse trabalho, a sequência natural é o aprofundamento e diversificação de atividades para a determinação de volume de outros prismas retangulares, bem como de outros objetos formados por composição e decomposição de prismas retangulares e também a determinação de volume de cilindros. O uso de fórmulas para o cálculo de volume, como generalização dos princípios aditivo e multiplicativo. Além de utilizar diferentes unidades de medida, relacioná-las e efetuar trocas entre elas, devemos desenvolver atividades com vistas à interação entre volume e capacidade de forma a compreendê-los nos diferentes contextos em que estão inseridos, relacionando suas principais unidades de medida: cm^3 , m^3 , ml e litro.

Podemos estabelecer relação entre conceito de volume e o conceito de área, pois apesar de serem conceitos de dimensões diferentes (volume de dimensão 3 e área de dimensão 2), a construção dos dois se baseia nos mesmos princípios e nos mesmos tipos de situações: comparação, medição e produção. Além da medida do volume poder ser determinada relacionando a área da base do objeto com sua altura. Relação essa, em que se baseia o

Princípio de Cavalieri, que diz que se dois objetos possuem mesma altura e, ao serem cortados por planos paralelos, determinam seções de mesma área, então esses objetos possuem o mesmo volume. Esse princípio ajuda na determinação do volume de outros objetos matemáticos como outros prismas (que não sejam retangulares ou retos), pirâmides, cones e esferas.

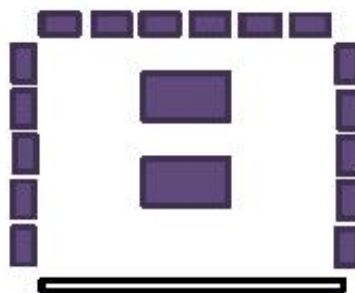
Na área das grandezas físicas, o conceito de volume também se relaciona com o de massa e de densidade. Sendo assim, o entendimento desses conceitos se entrelaça, podendo um ajudar o aprofundamento do outro e dar-lhe sentido.

5- PREPARATIVOS PARA A AULA E ESTUDO DO MATERIAL:

O grupo de professores optou por trabalhar com blocos em MDF e atividade em papel que passaremos a detalhar:

- Uma mesa com três bolos retangulares de papelão Paraná, bolo 1: 24x28x4,5 cm; bolo 2: 18x20x3,6 cm; bolo 3: 30x16x6,3 cm;
- Blocos 1 e 2 de MDF, com dimensões 9x12x3,6 cm e 6x16x4,5 cm, respectivamente;
- 600 bloquinhos de MDF, com dimensões 3x4x0,9 cm (cada dupla receberá 40 bloquinhos)
- Avaliação final em folha de sulfite para cada aluno.
- Autorização dos responsáveis pelos alunos para o registro da aula em áudio e vídeo.
- Autorização da diretora da EMEF Suzete Cuendet.
- Sala de aula com lousa grande e espaço suficiente para alunos reunidos em grupos (duplas) e os professores-observadores.
- Carteiras previamente organizadas em “U” na sala de aula. Dois alunos por mesa (Figura 10).

Figura 10 – Disposição das carteiras da sala de aula em forma de “U” com duas “ilhas” no centro.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

- Deixar duas “ilhas” (duas carteiras no centro da sala de aula) para a atividade 3 (Figura 10).
- Blocos e bloquinhos em MDF para os alunos.
- Folha com desenhos de bloquinhos representando figuras com formatos diferentes.
- Aula estudada pelo professor e pelo grupo de professores-observadores (planejamento em mãos para os professores-observadores).
- Os alunos que não apresentarem autorização dos responsáveis ficarão com o respectivo professor regente daquele horário. O professor-regente deve providenciar atividade para esses alunos que não participarão da aula.
- A reflexão pelos professores, após a aplicação da aula, ocorrerá na mesma sala de aula.
- Os alunos terão o material a ser usado na aula próximo de suas carteiras.

6- AS ATIVIDADES E OS CRITÉRIOS DE ESCOLHA

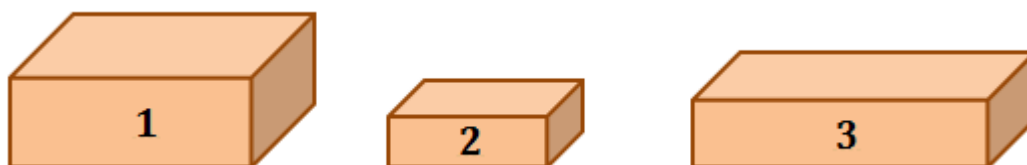
As atividades foram planejadas a partir do que recomendam autores da Educação Matemática sobre como conduzir ensino que promova o desenvolvimento do conceito de volume (LIMA; BELLEMAIN, 2010; FIGUEIREDO, 2013; SERRA, 2010; VAN DER MER, 2017). A

literatura científica diz que devam ser elaboradas, pelo menos, três situações que promovam ações de: comparação, medição e produção.

Atividade 1 (etapa de comparação):

Dois bolos artificiais (1 e 2) com formas iguais (paralelepípedos), mas com volumes diferentes. Um terceiro bolo, com mesmo volume do bolo1, mas com diferentes dimensões (Figura 11).

Figura 11 - Modelo dos bolos usados na atividade 1.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Objetivo da atividade 1: Comparar volume, intuitivamente, pelo tamanho de dois paralelepípedos, sem realizar medições.

Pré-requisitos para a atividade: Percepção visual e/ou tátil (para atender a alunos cegos)

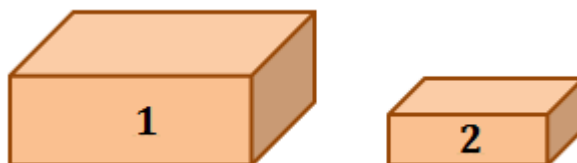
Impactos da atividade no currículo de matemática e de outras disciplinas: Formação do conceito de capacidade; transformações de unidades de medida; ampliação das noções de volume para outras figuras geométricas; transição das noções de volume em figuras trabalhadas de modo concreto para o modo abstrato (de paralelepípedo para outros prismas, por exemplo); desenvolvimento da criticidade face às comparações entre volumes e capacidades de diferentes figuras geométricas.

[O professor apresenta a seguinte problemática:]

Professor: Eu (AP3) ganhei da D. Sofia, dona de uma doceria em Maruípe, um bolo para a turma de vocês. Quando cheguei lá, ela me mandou escolher um entre dois bolos (Figura 12). Fiquei em dúvida e trouxe os dois modelos para que vocês me ajudem a escolher. Os dois bolos são do mesmo sabor e com o mesmo recheio. Qual dos dois vamos escolher e por quê?

[Os dois bolos já estarão sobre a mesa e têm as seguintes dimensões: bolo1 - 24x28x4,5 cm e bolo2: 18x20x3,6cm (bolo 1 e 2 não têm o mesmo volume); o bolo 3 será apresentado após a comparação com os 2 primeiros e terá as seguintes dimensões: 30x16x6,3cm cm (o bolo 1 e 3 têm o mesmo volume).]

Figura 12 - Bolos 1 e 2 para comparação de volumes.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

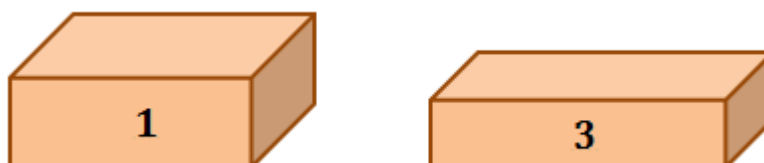
Possíveis respostas dos alunos: [é esse ou aquele...]

Professor: Ah, então “esse” bolo está descartado.

[O professor apresenta um terceiro bolo a ser comparado com o que eles elegeram (Figura 13)]

Professor: E agora, qual destes dois bolos vocês escolheriam e por quê?

Figura 13 - Bolos 1 e 3 para comparação de volumes.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

[Bansho: O professor deve pedir aos alunos para colar post-it com os nomes deles nos bolos que escolheram. O professor deixará esses bolos sobre a mesa com os post-its; essas opções serão confrontadas nos questionamentos seguintes.]

[O professor fará uma síntese das justificativas dos alunos e colocará na lousa essa síntese.]

Professor: Por que? Como você decidiu? Como você chegou a essa conclusão? Por que não é o bolo 2 (ou 1)?

[Comparação entre os 2 primeiros bolos.]

Professor: E por que não é o 2 (ou 3)?

[comparação entre o primeiro eleito e o terceiro bolo.]

Possíveis respostas dos alunos: porque é maior; porque é mais alto; porque é mais largo (“mais gordo”).

[Se a opção dos alunos for pela quantidade de bolo, o professor perguntará:]

Professor: Tem mais (menos) bolo só porque é mais alto (baixo)?

[Se a opção dos alunos for pela altura dos lados, o professor deve estimular a comparação dizendo:]

Professor: Será que essa altura está compensando a largura? Ou vice-versa?

[Sempre que os alunos apontarem para uma dimensão, o professor os questionará em relação à outra. Essa intervenção visa provocar a criticidade face às dimensões e provocar a necessidade da medição.]

[A atividade 1 será encerrada com essas ideias, para que o professor retorne após as próximas atividades. O professor conduzirá a aula a partir do que os alunos elegerem como comparação: maior, menor, mais alto, mais comprido etc. O que importa é que as comparações os conduzam para a necessidade de medir e desenvolverem a postura e atitude frente às próprias dúvidas. Se os alunos forem para outro critério de escolha, o professor deverá levá-los para a comparação entre tamanhos (Por exemplo, esse é mais fácil de cortar, esse está solado, esse é mais fino, etc.).]

Atividade 2 (etapa de medição):

Objetivo da atividade 2: Medir volume por meio de dois empilhamentos com a mesma unidade (bloquinhos). Associar a quantidade de peças empilhadas ao espaço ocupado pelo empilhamento.

Pré-requisitos para a atividade: contagem

Impactos da atividade no currículo de matemática e de outras disciplinas: Formação do conceito de capacidade; transformações de unidades de medida; ampliação das noções de volume para outras figuras geométricas; transição das noções de volume em figuras trabalhadas de modo concreto para o modo abstrato (de paralelepípedo para outros prismas, por exemplo); desenvolvimento da criticidade face às comparações entre volumes e capacidades de diferentes figuras geométricas.

2.1- Descrição da atividade: Pedir que os alunos peguem a sacola contendo os blocos 1 e 2 de madeira e 40 bloquinhos (Figura 14) e perguntar:

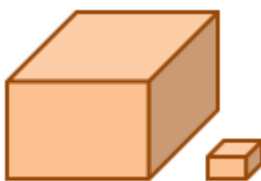
Figura 14 - Sacola com os blocos 1 e 2, e 40 bloquinhos.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Professor - Pessoal, eu tinha um bloco 1 de madeira desse tamanho (mostrar bloco 1) e pedi para cortarem do tamanho desses bloquinhos (Figura 15). Quantos bloquinhos eu consigo obter com esse bloco 1?

Figura 15 - Representação do bloco 1 e do bloquinho



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

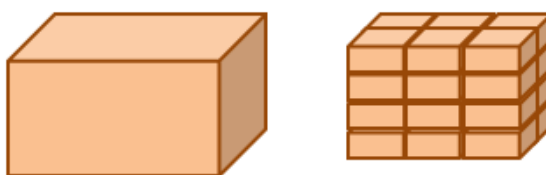
Possível solução dos alunos: Você pode fazer uns 3 bloquinhos e jogar o resto da madeira fora.

Professor: É uma ideia! Mas, queremos evitar desperdícios de material, ou seja, queremos aproveitar todo o material.

Possíveis casos de erros:

Erro1: Se alguma dupla usar menos que 36 bloquinhos, o professor intervirá com a seguinte ação: colocar o bloco ao lado dos bloquinhos para que eles comparem e entendam que a quantidade de bloquinhos não será suficiente para construir o bloco 1 (Figura 16).

Figura 16 - Representação do erro 1.

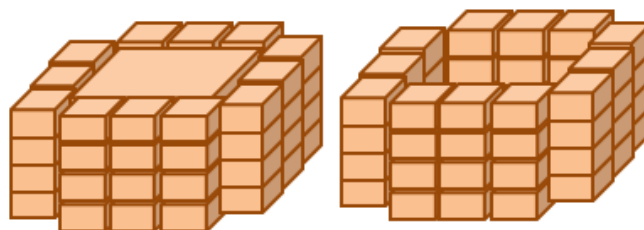


Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Professor: Ficou do mesmo tamanho? [A dupla vai observar que não.]

Erro 2: Caso a dupla construa do lado externo ao bloco 1, o professor retirará o bloco 1 e o questionará sobre o “buraco” (Figura 17):

Figura 17 - Representação do erro 2.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Professor: Então o que vocês precisam fazer para ficar do mesmo tamanho?

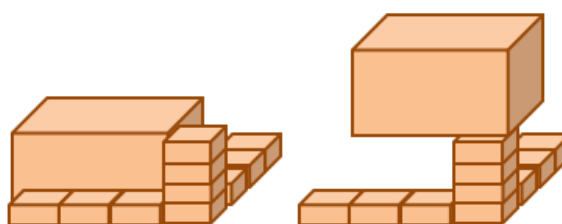
Provável resposta dos alunos: Completar com os outros bloquinhos.

Professor: E se você construísse um bloco igual a esse (bloco 1) para verificar o tamanho?

Erro 3: Construir as 3 dimensões, externas ao bloco 1, utilizando, equivocadamente, uma unidade a mais no comprimento e na largura. (Figura 18).

Professor: [Sobrepor o bloco 1, coincidindo o vértice do empilhamento com o vértice do bloco (Figura 18).]

Figura 18 - Representação do erro 3.



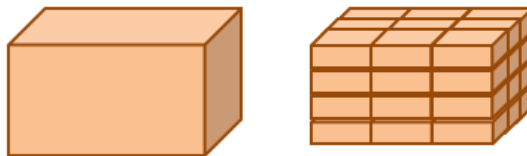
Fonte: Acervo pessoal dos autores.

[Apesar do grupo desejar que os alunos realizem empilhamentos, essa palavra não deve ser verbalizada para que promova a criatividade dos alunos pela resolução de problemas. Se surgirem outros erros, o professor retomará as propostas anteriores levando os alunos a refletirem sobre seus equívocos.]

Possíveis casos de acertos:

1- Realizar o empilhamento completo (Figura 19);

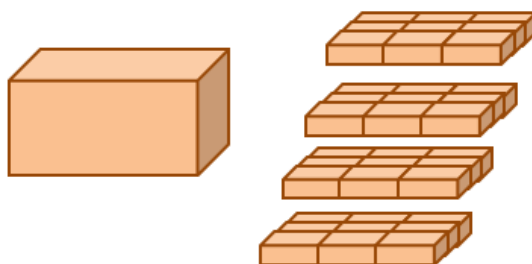
Figura 19 - Representação do acerto 1.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

2- Representar a base e contar quantas camadas dessas seriam necessárias (Figura 20);

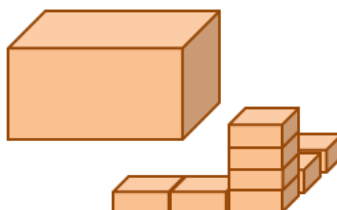
Figura 20 - Representação do acerto 2.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

3- Representar as 3 dimensões e fazer a multiplicação a partir daí (Figura 21);

Figura 21 - Representação do acerto 3.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

[Após todos completarem a atividade, o professor dirá:]

Professor: Humm, quantos bloquinhos conseguimos obter com esse bloco 1?

[*Neriage*: eles vão explicar como realizaram a ação de reconstrução do bloco 1 e como realizaram a contagem. o professor deverá visitar as duplas e selecionar modos diferentes de construção para que os alunos expliquem para a turma.]

Resposta esperada dos alunos: 36

[*Bansho*- registrar na lousa “bloco 1 - 36 bloquinhos”.]

[Caso os alunos não respondam 36, o professor deverá retornar aos questionamentos previstos anteriormente.]

Professor: Isso que fizemos foi medir o volume do bloco 1 utilizando o bloquinho como unidade de medida.

[*Bansho* - registrar na lousa:

Bloquinho é a unidade de medida de volume (u.v.).

Bloco 1 tem um VOLUME de 36 bloquinhos.

VOLUME = 36 u.v.

VOLUME = 36 bloquinhos]

2.2- O professor pedirá que as duplas peguem o bloco 2 (que tem volume diferente do bloco 1) e solicitará:

Professor: Turma, e agora descubram qual é a medida de volume do bloco 2.

Professor: Qual é o volume do bloco 2?

Resposta esperada dos alunos: 40 bloquinhos.

Professor: Como vocês chegaram nesse resultado?

Resposta esperada dos alunos: Contagem; multiplicação das dimensões; somatório das camadas/pilhas.

[Caso alguma dupla não tenha solucionado corretamente, o professor retomará a discussão inicial, na busca pela construção do raciocínio correto.]

Atividade 3 (etapa de produção):

Objetivo da atividade 3: Construir um bloco a partir de um volume dado.

Pré-requisitos para a atividade: Contagem, percepção espacial, medida de volume.

Impactos da atividade no currículo de matemática e de outras disciplinas: Formação do conceito de capacidade; transformações de unidades de medida; ampliação das noções de volume para outras figuras geométricas; transição das noções de volume em figuras trabalhadas de modo concreto para o modo abstrato (de paralelepípedo para outros prismas, por exemplo); desenvolvimento da criticidade face às comparações entre volumes e capacidades de diferentes figuras geométricas.

3.1- Descrição da atividade - Pedir que os alunos construam um bloco com volume de 24 bloquinhos.

Professor: Turma, agora que já sabemos o que é volume, construam um bloco que tenha 24 unidades de volume (Figura 22).

Figura 22 - Exemplos de empilhamento com 24 u.v.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Reações dos alunos: Como assim, unidade de volume?

Professor: O que usamos para medir na atividade anterior?

Resposta dos alunos: Bloquinhos.

Professor: Então, 24 unidades de volume, no nosso caso, são 24 bloquinhos.

[Caso a dúvida persista, o professor deverá retomar a escrita da lousa e lembrá-los da atividade anterior:

Bloquinho é a unidade de medida de volume (u.v.).

Bloco 1 tem um VOLUME de 36 bloquinhos.

VOLUME = 36 u.v.

VOLUME = 36 bloquinhos.]

[Para verificar o que os grupos fizeram, o professor pedirá que os alunos se desloquem no sentido horário para ver a construção dos colegas.]

Professor: Todos construíram o mesmo bloco?

Resposta esperada dos alunos: Nãoooooo.

Professor: Então, esses blocos, mesmo sendo diferentes, podem ter o mesmo volume?

Resposta esperada dos alunos: Como assim, professor?

Professor: [Escolhe a Dupla 3, por exemplo.] Qual a medida de volume do seu bloco?

Resposta dos alunos: 24

Professor: [Escolhe a Dupla 11, por exemplo.] E o de vocês?

Resposta dos alunos: 24

Professor: Esses dois blocos são iguais?

Resposta dos alunos: Não.

Professor: E quanto ao volume?

Resposta dos alunos: Simmmmm.

Professor: Então, esses blocos, mesmo sendo diferentes, podem ter o mesmo volume?

Resposta dos alunos: Simmmmmmm.

[Retorno para atividade 1]

Professor: Vamos voltar para os bolos? Como podemos comparar?

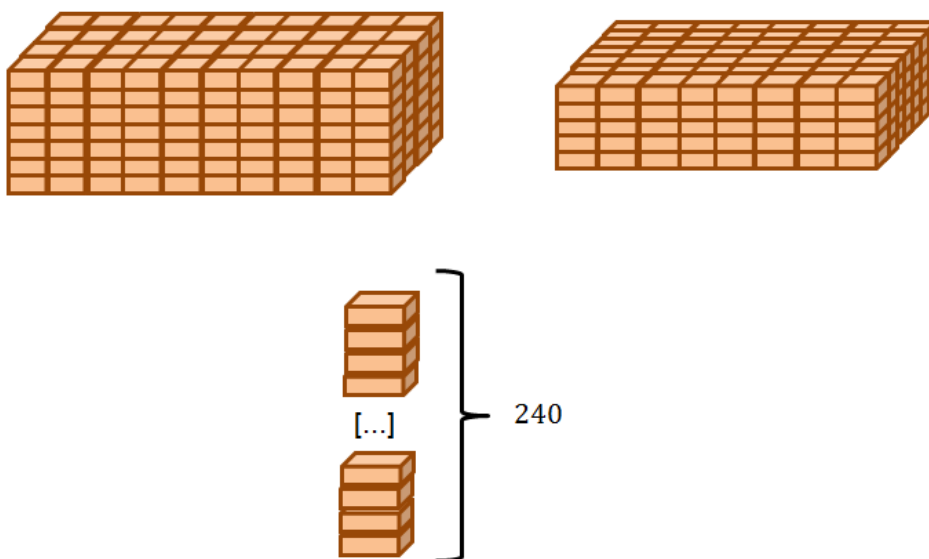
Provável resposta: Vamos usar os bloquinhos.

Professor: Como podemos começar?

[O professor, fará duas “ilhas” no centro da sala para que os alunos se desloquem até elas e construam a solução.]

Provável resposta: Usar somente o bloquinho para completar (Figura 23).

Figura 23 - Possível solução dos alunos para a medição dos bolos.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

[O professor vai colocar no quadro a solução com os bloquinhos.]

7- BANSHO: O professor convidará algumas duplas para apresentar suas produções (prioritariamente, aquelas que tiverem resolvido de modo diferente). Buscar valorizar todas as duplas nas diferentes atividades.

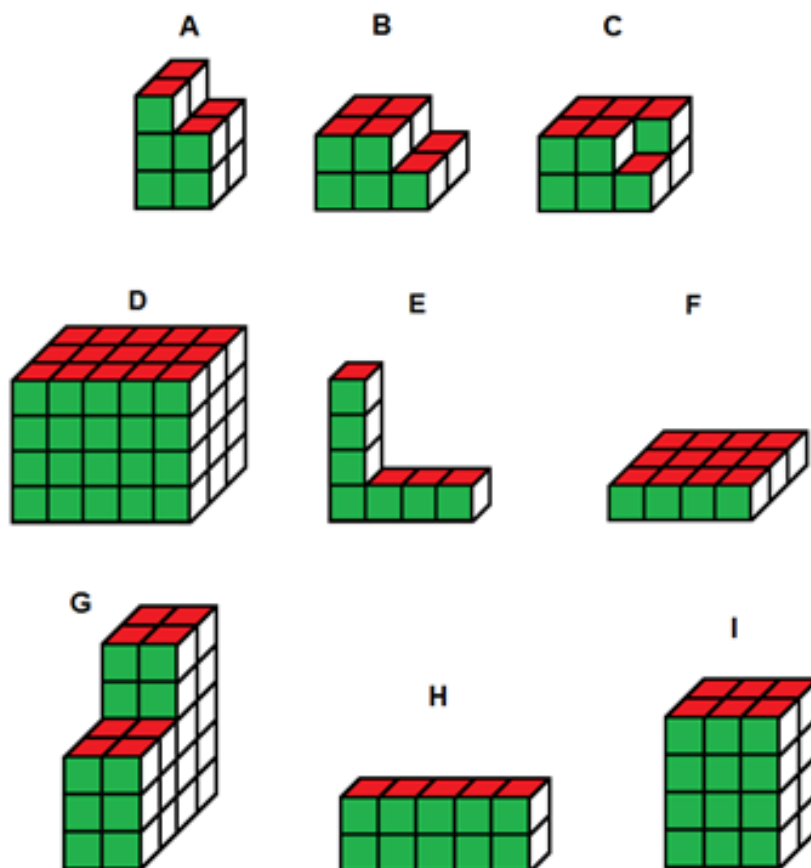
8- NERIAGE: Em meio ao *bansho*, o professor estimulará a discussão de suas estratégias pelas duplas com a turma, culminando em uma síntese.

9- TRATAMENTO DO ERRO: O professor poderá tomar para si os erros dos alunos, caso estes não se sintam confortáveis, para não expô-los para a turma. Pode ainda ocorrer de alguma dupla ter realizado a atividade corretamente, mas lhe faltar significados. Nesse caso, o professor estimulará a discussão para o aprendizado dos significados da atividade, promovendo, assim, o estímulo ao desenvolvimento do conceito de volume.

10- ALARGAMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO: O professor deverá diversificar, sempre que possível, o modo de agir na mesma atividade para além do que as duplas já tiverem produzido, apresentado e discutido.

11- AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM: Será observada a participação dos alunos durante cada atividade e no final eles deverão responder um Quiz (Questionário). Para cada afirmação, os alunos deverão levantar uma placa com verdadeiro de um lado e falso do outro. Para o Quiz, os alunos terão uma folha contendo figuras com formatos e volumes diferentes e/ou iguais (Figura 24).

Figura 24 - Figuras que compõem o Quiz.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

12- O QUIZ

1. As imagens **A** e **B** possuem o mesmo volume. (V)
2. O volume do bloco **C** é de 12 u.v. (F)
3. O volume do bloco **D** é de 60 u.v. (V)
4. O volume do bloco **F** é menor que o do bloco **C**. (F)
5. O bloco que possui volume de 20 u.v. é o **I**. (F)
6. Dos blocos apresentados, o **E** é o que possui a menor medida de volume. (V)
7. O volume do Bloco **G** é maior do que o do bloco **I**. (V)

8. As imagens **B** e **H** possuem o mesmo volume. (V)
9. O bloco **C** tem 1 u.v. a mais do que o bloco **H**. (V)
10. O volume do bloco **I** é de 28 u.v. (F)

13- OBSERVAÇÕES SOBRE A AULA

- Observar as estratégias dos alunos enquanto resolvem as atividades em conjunto. Verificar as duplas que estejam apresentando acertos/erros.
- A professora deve realizar a conexão com as diferentes estratégias dos alunos, depois que as duplas apresentarem e discutirem suas produções. O *neriage* só se concretiza com a síntese de todas as ideias **com a turma**.
- As produções das duplas devem ser mantidas na lousa (*bansho*).
- Caso surja algum obstáculo de compreensão matemática ou não, a professora deve parar e resolver aquela dúvida em conjunto com a turma.
- Algumas inferências que o professor poderá usar durante o *neriage*:

Professor: Por que construiu desse modo?; O que significa isso?; Etc...

14- KNOWLEDGEABLE OTHER

A Profa. Julia S. Wrobel foi convidada para assistir a execução desse planejamento e emitir sua opinião na reunião de reflexão sobre a aula.

5 RESULTADOS, ANÁLISE E DISCUSSÃO

Neste capítulo apresentaremos os resultados, as análises e discussões à luz de nosso referencial teórico. Para melhor discussão, separamos em quatro tópicos: o planejamento individual, em que buscamos inferir sobre os indícios dos conhecimentos que o professor possui de seu trabalho sem a influência do *Lesson Study*, o planejamento colaborativo realizado sob os moldes do *Lesson Study* e alguns pontos que chamaram à atenção durante a execução e a reflexão da aula.

5.1 Planejamentos individuais

No início da disciplina a professora-doutora solicitou que alguns alunos-professores elaborassem um plano de aula para o ensino do conceito de volume. O que foi atendido por três alunos-professores. A professora-doutora analisou esses planos e fez algumas observações sobre aspectos importantes que estavam ausentes ou confusos, e os alunos-professores tiveram a oportunidade de apresentá-los ao grupo para uma discussão coletiva.

Faremos algumas considerações sobre esses planos tendo como parâmetro os conhecimentos específicos e pedagógicos discutidos anteriormente. Completamos confrontando esses planejamentos individuais com o planejamento colaborativo para salientar as contribuições e desafios que o *Lesson Study* trouxe para esse grupo de alunos-professores.

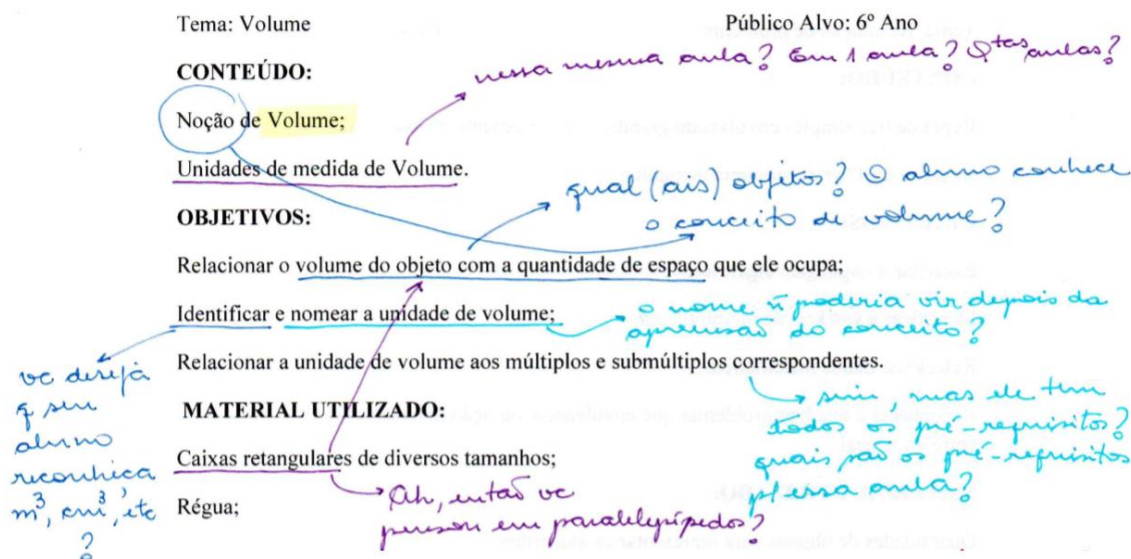
Gostaríamos de salientar que esses planos não foram executados, apenas o planejamento colaborativo, via *Lesson Study*, passou pelas três etapas: planejamento, execução e reflexão crítica.

Os planejamentos individuais completos encontram-se no anexo.

Plano 1

Este plano foi elaborado para uma turma de 6º ano do ensino fundamental. Pretende-se que os alunos associem volume ao espaço ocupado por um objeto, identifiquem e nomeiem unidades de medida de volume e conheçam seus múltiplos e submúltiplos (Figura 25).

Figura 25 - Plano de aula 1: Objetivos.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Para alcançar esses objetivos, o aluno-professor entregará caixas retangulares e régua aos alunos. Eles devem dizer quantas dimensões há em cada caixa e medir as suas dimensões (Figura 26). Não deixa claro se as dimensões a serem medidas são externas ou internas, o que pode causar confusão, pois, tratando-se de caixas, possuem tais medidas, o que pode acarretar no cálculo da capacidade da caixa e não de seu volume. Também não explicita o que ele quer dizer com dimensão. Seria o comprimento, a largura e altura da caixa? Parece que sim, pois ele pede que os alunos calculem o volume multiplicando essas três dimensões. Podemos perceber que o aluno-professor enfatiza o procedimento de cálculo da medida do volume, mas não discute o conceito de volume.

Figura 26 - Plano de aula 1: Procedimento.

PROCEDIMENTO:

Distribuir uma caixa e uma régua a cada aluno;

Pedir que os alunos identifiquem quantas dimensões tem a caixa (conversar sobre isso);

Após identificar as dimensões, meça cada uma delas e anote o resultado (observem se estão todas na mesma unidade de medida);

Encontre o volume multiplicando as três dimensões (não se esqueça de multiplicar também a unidade), faça uma anotação visível do resultado na caixa e compare com o do colega;

Os alunos irão organizar as caixas por ordem de volume do maior para o menor volume encontrado;

Discutir o resultado.

o q são dimensões? Se disse isso a eles? Isso é um pré-requisito?

3D? ã entendi!

o q o aluno fará c/ os resultados?

ve informou como se faz, mas ele sabe o q está fazendo?

Show! Promove interação, mas como medirá isso? Que questionamento se fará?

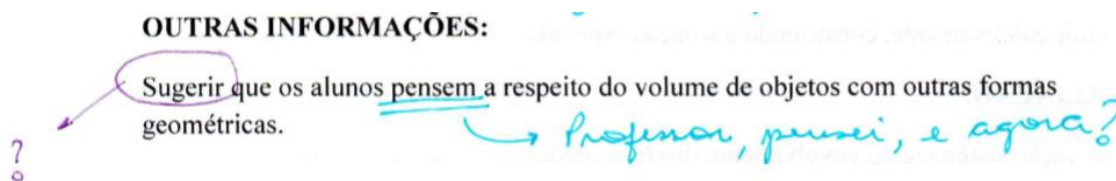
Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Ele tem como objetivo o aluno relacionar volume com a quantidade de espaço que a caixa ocupa, mas não diz como fará isso. Além disso, só destaca tarefa de medição, deixando de lado as situações de comparação e de produção. Apesar de pedir aos alunos que coloquem as caixas por ordem de volume, caracterizando como uma situação de comparação, isso é feito após a medição, reforçando o foco da medição. Ele poderia pedir que os alunos colocassem em ordem de volume antes de medir para verificar que estratégias eles usariam e, após a medição, comparassem suas respostas.

Após realizar a tarefa proposta, será que o aluno tem clareza do que fez? O procedimento de cálculo contribuiu para a apreensão do conceito? O aluno-professor pediu para multiplicar as unidades de medida das dimensões. Que unidades ele está considerando: cm, mm? Se multiplicarmos cm.cm.cm, o que encontraremos? Se ele quer dizer cm^3 , que entendimento o professor têm, ou o aluno têm, sobre essa unidade?

Ao final pede que os alunos pensem sobre o volume de outras formas geométricas (Figura 27). Isso é muito amplo, podendo deixar o aluno confuso, pois sem direcionamento correto o aluno pode pensar que, para essas outras figuras, o volume se calcula do mesmo jeito. Que orientação será dada a esse raciocínio?

Figura 27 - Plano de aula 1: Complemento.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

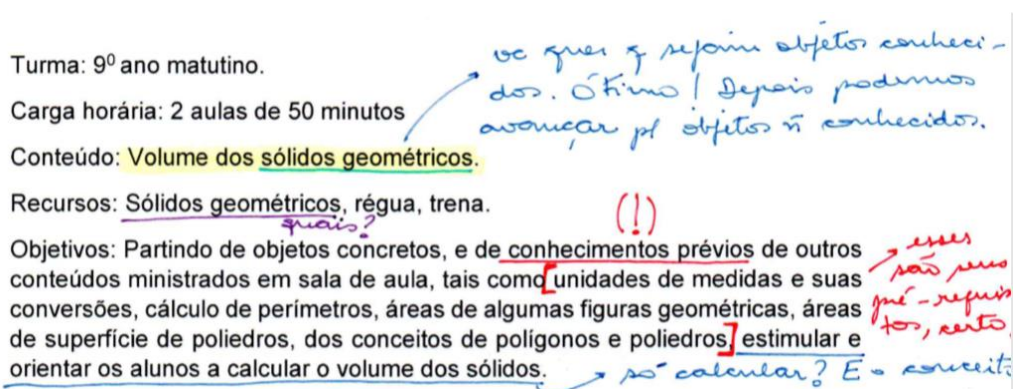
Mais uma vez, há ênfase no procedimental e não no conceitual. O conhecimento sobre volume que o aluno-professor demonstra nesse plano é o de medida, pelo menos é o que ele está enfatizando para os alunos. Não há diversificação das atividades, em detrimento de comparação e produção, que contribuem para a apreensão e compreensão do conceito de volume.

Essa lacuna, entretanto, foi muito bem preenchida no nosso planejamento colaborativo. O grupo teve conhecimento da existência e importância dessas outras situações para a construção do conceito de volume e isto, com certeza, pode ser visto como uma contribuição do *Lesson Study* para nosso grupo.

Plano 2

O aluno-professor pretende estimular e orientar os alunos no cálculo do volume de sólidos geométricos (Figura 28). Entretanto, não há direcionamento sobre a compreensão do que é volume. Novamente, o aspecto da medida se faz presente, mas não o conceito.

Figura 28 - Plano de aula 2: Objetivos.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Esse aluno-professor deixa claro que os alunos precisam de uma série de pré-requisitos para essa aula, como: conhecimento de cálculo de perímetro, área, unidades de medida e suas conversões. Mas, não diz o que fará se os alunos não tiverem esses pré-requisitos. Além disso, não há indícios de que o aluno-professor está preocupado se os alunos sabem os conceitos de perímetro e área, somente se sabem calcular suas medidas. Acrescentamos ainda: que relação ele faz ou fará entre esses conceitos e o de volume? Em sua apresentação ele argumentou “A área será usada para calcular volume, multiplicando a área da base pela altura. Agora, o perímetro eu não sei como relacionar”.

Ele também indica que fará uma discussão sobre as propriedades físicas desses sólidos, mas não diz quais propriedades (poderiam ser: massa, material de que é feito, textura, densidade) e, a partir daí, desafiará os alunos a encontrar as fórmulas de cálculo de volume de cada um dos sólidos (Figura 29). Talvez por serem alunos de 9º ano, o aluno-professor queira calcular o volume de sólidos com formatos diferentes: cubo, paralelepípedo e cilindro. O problema está em querer que os alunos descubram a forma de calcular, ou seja, suas fórmulas, sozinhos, pois não há pistas de como farão isso ou qual orientação será dada para auxiliá-los nesse trabalho. O que será feito se os alunos calcularem os volumes da mesma maneira para todos os objetos? “Aí terei de mostrar que não é assim”, diz o aluno-professor.

Figura 29 - Plano de aula 2: Procedimento.

Metodologia: Apresentar os sólidos, analisar e discutir suas propriedades físicas, *quais?* e a partir daí desafiá-los a desenvolver fórmulas para calcular seus volumes, *quais?* construir o conhecimento, e compartilhar com os colegas como desenvolveram seus cálculos, e refazê-los na lousa. Participar com explicações e dicas na construção destes conhecimentos. Apresentar os sólidos com suas respectivas medidas.

como? Desafio é pode ser fácil e pt. de desestimulá-los e um desafio demais e pt. de desanimá-los.

Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Logo após, no meio do plano de aula, o professor apresenta uma lista de fórmulas para o cálculo de volume do cubo, paralelepípedo e de cilindro (Figura 30). Entretanto, não sabemos se ele apresentará essas fórmulas aos alunos ou se será uma construção dos próprios alunos, como exposto anteriormente.

Figura 30 - Plano de aula 2: Complemento (parte 1).

*ensino
informativo.
af. é onde
se quer
chegar!
como vc
construiu
essa construção
da?*

Volume dos sólidos geométricos

Os alunos deverão calcular o volume de:

- Cubo, ($V = \text{Comprimento} \times \text{largura} \times \text{profundidade}$) ou L^3 .
- Bloco retangular, ($V = \text{Comprimento} \times \text{largura} \times \text{profundidade}$)
- Cilindro. ($V = \text{base} \times \text{altura}$) Base $= \pi \cdot r^2$ $\pi = \text{circunferência/diâmetro}$

Fonte: Acervo pessoal dos autores.

O aluno-professor ressalta que após a construção e entendimento dos conceitos (mas que conceitos? Como foram construídos?), serão aplicadas atividades de revisão. Há indícios de que sejam atividades de cálculo de volume, pois os alunos serão desafiados a desenvolverem outros problemas envolvendo esse tipo de cálculo (Figura 31).

Figura 31 - Plano de aula 2: Complemento (parte 2).

→ vc trabalhou os conceitos?

Após a construção e o entendimento dos conceitos, resolução e explicações na lousa com participação dos alunos, serão aplicadas atividades de aprendizagem a serem realizadas em duplas e corrigidas na lousa com a participação das duplas na resolução dos problemas. A partir daí cada dupla vai desenvolver outros problemas envolvendo o cálculo de volume, e estes serão sorteados para que outra dupla os resolva. Atividades de fixação para casa.

quais? → *não deveria ser explicações dos próprios alunos?*

→ não me parece haver interação

Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Esse aluno-professor também está muito preocupado com o procedimental, ao invés do conceitual. Não vemos nenhum foco nas situações de comparação ou produção, muito menos nos conceitos envolvidos. Os alunos participarão das explicações e das resoluções na lousa, mas faltam as informações de como será feito. Pode dar a entender que o aluno não fará suas exposições e explicações, mas acompanhará as do professor. Pudemos ter a confirmação desse fato durante sua apresentação, quando disse “Eu mesmo farei essa exposição, pois é muito importante que os alunos dominem certos conhecimentos prévios para dar bom andamento à aula”. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), esse direcionamento não

permite que o professor desenvolva os **Conhecimentos de Conteúdo e Estudantes**, não tendo acesso aos seus equívocos ou erros conceituais e, também, não contribui para que ele desenvolva o **Conhecimento de Conteúdo e Ensino** que auxilia na aprendizagem dos alunos.

Por outro lado, em nosso planejamento colaborativo, conforme defendem Takahashi e Yoshida (2004), o aluno é o centro da aprendizagem, sendo incentivado a ter outro tipo de postura: participando ativamente da aula, construindo seu conhecimento, expondo suas ideias, estratégias e refletindo sobre a produção de seus colegas. Enquanto o professor, como um orquestrador, procura motivar, questionar, esclarecer, orientar e facilitar o fluxo de pensamento dos alunos.

Plano 3

O aluno-professor planejou uma sequência didática, mas não determinou a quantidade de aulas previstas. Durante a apresentação do plano, ele limitou-se a dizer que foram muitas. Sua intenção era trabalhar planificação e montagem de paralelepípedos, nomear faces, vértices e arestas, identificar os polígonos que compõe as faces, desenhar figuras tridimensionais formadas por empilhamentos de cubinhos em malha triangular, desenvolver estratégias de contagem de cubinhos em empilhamentos e associar espaço ocupado com volume (Figura 32).

Figura 32 - Plano de aula 3: Objetivos.

Turma: 6º Ano

Conteúdo: **Volume**

foram 7 as aulas? Se disse 7 foram 7 unidades.

Objetivos:

- Desenvolver a percepção geométrica tridimensional;
- Fazer associação entre um paralelepípedo retângulo e sua planificação e entre um cubo e sua planificação; *pl. quê? qual sua intenção?*
- Identificar as figuras que compõem as faces de um paralelepípedo retângulo e de um cubo; *2*
- Identificar faces, vértices e arestas e contá-las; *Show! elas são retângulos e quadrados?*
- Desenvolver a leitura e desenho de figuras tridimensionais formadas por cubinhos em malha triangular; (!)
- Desenvolver estratégias de contagem de cubos que formam uma caixa (paralelepípedo retângulo);
- Estabelecer um cubo unitário para medir o "espaço" ocupado por uma caixa (!)
- Fazer relação entre o "espaço" ocupado e o volume. (!)

Fonte: Acervo pessoal dos autores.

O professor não deixa claro como fará ou se fará associação das planificações das caixas com empilhamento de cubinhos. Durante sua apresentação ele disse: “Não pensei nisso, apenas queria proporcionar uma oportunidade para os alunos trabalharem com formas tridimensionais”.

Do empilhamento de cubinhos do material dourado, o professor parte para caixas divididas em cubinhos desenhados, simulando empilhamentos, e desafia os alunos a determinarem a quantidade total de cubinhos (Figura 33). O professor declarou “Optei pela simulação de empilhamentos, por limitação de materiais na escola. Sei que isso limitará o entendimento dos alunos, mas é o que está ao nosso alcance”. Depois, pede para virarem as caixas e repetirem o procedimento para verificar se houve alteração na quantidade total de cubinhos. Isso é interessante, pois proporciona aos alunos uma experiência de conservação de volume.

Figura 33 - Plano de aula 3: Procedimento.

Procedimento:

- Pedir para os alunos trazerem embalagens (caixinhas de papel) de creme dental, perfume, sabonete ou remédio. Fazer uma análise das faces que a compõe. Contar faces, vértices e arestas;
- Fazer a planificação das caixinhas e copiá-la em folha de papel sulfite. Fazer a montagem de uma nova caixinha a partir da planificação;
- Distribuir cubinhos do material dourado para os alunos formarem pilhas com eles. Pedir para contarem a quantidade de cubos que formam cada pilha e explicar a estratégia usada;
- Distribuir malha triangular e desenhar figuras formadas por cubinhos com os alunos; Pedir para contarem os cubos que formam cada figura;
- Entregar atividade em folha com figuras formadas por empilhamento de cubinhos e pedir para os alunos descobrirem a quantidade de cubinhos que formam cada figura;
- Mostrar caixas divididas em cubinhos para, em grupo, os alunos contarem os cubinhos que as formam; Virar as caixas sobre outras faces e pedir que repitam o procedimento anterior. Perguntar qual conclusão chegaram;
- Mostrar caixas de tamanhos diferentes e pedir que contem os cubinhos de cada uma (A maior deve ser dividida em cubos maiores e a quantidade de cubos deve ser menor do que da outra caixa). Questioná-los por quê a caixa maior tem menos cubos se ocupa mais "espaço" e leva-los a concluir a necessidade dos cubos serem do mesmo tamanho (cubinhos unitários padrão) para poder comparar seus "tamanhos";
- Fazer os alunos associarem o "tamanho" ou "espaço" ocupado por uma caixa com seu "volume".

Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Também planejou o uso de cubinhos de tamanhos diferentes para promover o debate sobre a necessidade de uma unidade padrão para medir volume. Entretanto, essas unidades diferentes são feitas apenas desenhadas, uma simulação, e não com cubos reais como do material dourado.

Destacamos a preocupação do professor com o desenho e representação no papel de figuras tridimensionais. Ao ser questionado sobre isso ele declarou: “O livro só apresenta desenhos e como o aluno entende esses desenhos? A minha intenção é que se acostume com eles, saibam interpretá-los”. Essa preocupação nos indica que o professor está atento aos equívocos e erros que as representações podem provocar nos alunos, indício de **Conhecimento de Conteúdo e Estudantes** e sua intencionalidade de superar essas dificuldades nos mostra **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**. Mas, também destacamos como a limitação de materiais pode prejudicar o trabalho; se ele tivesse mais materiais disponíveis o resultado poderia ser diferente, uma vez que a manipulação de materiais concretos auxilia a visualização e o raciocínio espacial, promovendo parte da organização das estruturas mentais em desenvolvimento e contribuindo, dessa forma, para sua aprendizagem, conforme Serra (2010) verificou em seu trabalho.

Através dos empilhamentos e da contagem dos cubinhos, os alunos são levados a associar o volume ao espaço ocupado pelos objetos (blocos retangulares), ficando por conta deles a elaboração de estratégias para realização das atividades e também a tarefa de explicar seu raciocínio. Conseguimos perceber nesse planejamento um foco mais conceitual e menos procedimental, valorizando **o que** está sendo feito para depois destacar **o como** está sendo feito.

Em todos os três planejamentos, percebemos a ênfase em atividades de medição. Talvez essa limitação se deva aos livros didáticos que, normalmente, enfocam esse tipo de atividade em detrimento de comparação e produção (MORAIS; BELLEMAIN, 2010). Esse foi um ponto que nos preocupamos bastante no nosso planejamento colaborativo, garantir atividades que envolvessem esses três tipos de situações. Essa foi uma grande contribuição do *Lesson Study* para ampliar e consolidar o **Conhecimento de Conteúdo Especializado** de matemática dos professores.

Também destacamos o fato de que, em nenhum dos planos individuais, os professores se preocuparam em prever dúvidas, equívocos ou erros que os alunos pudessem apresentar durante as aulas. Como no caso do plano1, se os alunos não souberem fazer medição das caixas com a régua, como será feita a intervenção do professor? Ou no plano 2, se os alunos não tiverem os pré-requisitos expostos, qual será o rumo dado pelo professor? Ou ainda no plano 3, se os alunos não conseguirem fazer associação dos riscos nas caixas com empilhamentos reais de cubinhos, como o professor poderá ajudar os alunos com essa dificuldade?

Em nosso planejamento colaborativo, esses tipos de situação foram antecipados, pensados e discutidos buscando solução para cada um deles. Desenvolvendo, dessa forma, os **Conhecimentos de Conteúdo e Estudantes** e os **Conhecimentos de Conteúdo e Ensino**. E isso é uma contribuição que o *Lesson Study* trouxe para os professores.

5.2 Planejamento Colaborativo

Ao elaborarmos o planejamento colaborativo, um item que ficou bem discutido foi a íntima relação entre volume e capacidade. Alguns alunos-professores, não sabiam a diferença entre eles. Alguns achavam que se tratava do mesmo conceito. Após estudo do currículo e material de pesquisa, o grupo concluiu que são conceitos diferentes, mas referidos à mesma grandeza: volume (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Esse estudo permitiu aos professores se apropriarem, conforme Ball, Thames e Phelps (2008), do **Conhecimento de Conteúdo Especializado**.

Essa confusão ficou mais evidente ainda quando estávamos construindo uma problematização para a aula. Pois, a maioria das ideias apresentadas pelos professores se referia à utilização de caixas, mas como caixa remete a algo para armazenamento, poderia confundir os alunos levando-os ao conceito de capacidade e não de volume. Isto mostra que o **Conhecimento de Conteúdo Especializado** interfere profundamente no **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**, pois a forma como os professores entendem um conceito irá interferir profundamente em sua maneira de ensiná-lo.

De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), essa discussão realça a importância do estudo para o desenvolvimento do **conhecimento específico de matemática**. Não podemos, enquanto professores, ficar limitados as nossas impressões sobre determinado conceito, mas estudá-lo profundamente à luz de um referencial que nos embasa teoricamente.

Outra discussão que mereceu destaque foi à definição do material a ser utilizado na aula. A aluna-professora, AP2, defendia a necessidade de se trabalhar com a unidade padrão, cm^3 , logo de início. Por ser da área de física, sentia “a necessidade de se trabalhar com unidades padronizadas desde cedo para diminuir a dificuldade dos alunos”.

Mas os outros não concordaram, como a aluna-professora AP4, que havia realizado um trabalho recente com o conceito de área e perímetro:

AP4: - Para a construção de um conceito não há a necessidade de uso de unidade padronizada. Pois, na própria história da humanidade, a necessidade do uso de unidades padronizadas apareceu muito depois, como aconteceu entre comerciantes que usavam unidades diferentes. Na sala de aula deve-se seguir o mesmo preceito, primeiro a construção do conceito e depois, a partir de uma necessidade, apresenta-se a unidade padronizada.

Após essa discussão e estudo do nosso referencial, a aluna-professora AP2 escreveu no Fórum:

AP2: - Fiz a leitura dos textos disponibilizados sobre volume e compreendi a importância de respeitar as etapas de construção mental e de concepções dos alunos do fundamental. Entendi o porquê não trabalhar com escalas de unidades nesse primeiro momento e o uso de instrumento de medição também não é essencial nesta etapa do ensino. Enfim, esclareceu muitas dúvidas, inclusive gostaria que os colegas sugerissem outros referenciais.

Então, ficou definido que, para a nossa aula, usaríamos uma unidade não padronizada. Essa definição ajudou muito na parte de manipulação, pois o cm^3 é muito pequeno e a escolha de um bloquinho maior (3cm x 4cm x 0,9cm) facilitaria o manuseio por parte dos alunos na hora de fazer os empilhamentos.

Quando estávamos analisando a dissertação de Van Der Mer (2017), nos deparamos com uma atividade que pedia para colocar três pedras, de um mesmo material, em ordem crescente de volume e que fosse explicitado como ter certeza da resposta (Figura 34).

Figura 34 - Comparação do volume de pedras.

Imagine que você tenha três pedras do mesmo tipo, mais ou menos como mostra a figura.



Imagine que você precise saber algumas coisas a respeito dessas pedras:

- Coloque em ordem crescente de volume.
- Como você faria para ter certeza dessa afirmação?

Fonte: Van Der Mer, 2017, p. 93.

A intenção era relacionar as grandezas massa e volume. Muitos professores não se atentaram para essa relação sugerindo que as pedras fossem colocadas em recipientes com água para

verificar o volume de água deslocada por cada uma. Apenas os alunos-professores, AP5 e AP2, sugeriram uma alternativa:

AP5: - Podemos pesar as pedras, a de maior massa tem maior volume.

AP2: - Isso mesmo! Como são do mesmo material, as densidades são iguais.

Portanto, a de maior massa tem maior volume. As grandezas, massa e volume, são diretamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é, justamente, a densidade do material.

Em outra atividade, Van Der Mer (2017) propôs o uso de três massas de modelar iguais, cujas formas de duas delas foram alteradas para uma esfera e um disco, respectivamente (Figura 35).

Figura 35 - Comparação do volume de massas de modelar.

Imagine que você tenha três porções de massas de modelar, todas iguais, logo as três tem mesmo **volume**. Você, então, faz as seguintes formas:

Massa de modelar	Massa de modelar	Massa de modelar
		
Transforma no formato de bola (esfera)	Transforma no formato de pizza ou disco	Não modifica
		
		
Sólido A	Sólido B	Sólido C

O que você pode afirmar sobre os **volumes** dos sólidos A, B e C? Qual tem maior volume? E menor?

Fonte: Van Der Mer, 2017, p. 92.

Os alunos professores ficaram um pouco confusos no início, mas lembrando da explicação de AP2, concluíram que as três têm o mesmo volume. Isso impactou profundamente o aluno-professor AP1 que, mais tarde, durante o planejamento da aula de volume, sugeriu:

AP1: - Pensando em nosso planejamento de volume, acho que poderíamos trabalhar com massa de modelar, onde os alunos poderiam construir várias formas de sólidos (cubo, bloco retangular, pirâmides e outras mais) com determinada quantidade de massa, sem alterar o seu volume. Eles perceberiam que volume independe da forma e assim estaríamos construindo conceitos dos sólidos.

Entretanto a aluna-professora AP2 entrevistou:

AP2: - É interessante sua ideia, mas não neste momento. Queremos desenvolver o conceito de volume e dessa forma talvez os alunos focalizem mais o conceito de massa que não é nossa intenção. Seria mais produtivo em um momento posterior em que essa relação possa ser compreendida melhor.

Essa discussão mostra que foram ampliados os **Conhecimentos de Conteúdo Especializado** provocando mudanças na forma de abordar o conceito de volume em sala de aula, que está relacionado ao **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**.

As discussões sobre o material a ser usado na aula foram muito ricas. O aluno-professor, AP5, propôs a ideia de levar caixas encapadas com riscos, simulando um empilhamento de blocos, como proposto em seu plano individual, o que foi apoiado por outro colega, AP8, que sugeriu um empilhamento de caixinhas de “Bis” (Um mini waffle com cobertura de chocolate) para fazer parte de uma decoração de festa de aniversário (Figura 36).

Figura 36 - Caixas encapadas simulando empilhamento de “Bis”.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Entretanto, os outros membros do grupo discordaram, justificando que a riqueza da experiência manipulativa dos bloquinhos seria incomparável. Além disso, o uso de material concreto colabora na aquisição de representações mentais que facilitam a compreensão de representações no papel de figuras tridimensionais.

O aluno-professor AP5, levantou essa preocupação com a atividade avaliativa (Quiz). Segue o diálogo dele com a professora-doutora:

AP5: - As atividades da aula serão com o uso de materiais concretos em 3D e a avaliação será com a representação de objetos de três dimensões (3D) desenhados no papel (2D). Nós não estamos trabalhando com essas representações durante a aula. Será que isso não provocará dificuldades nos alunos?

Professora-doutora: - Mas como a manipulação do material 3D antecede a representação no papel, a transposição da representação mental será tranquila, os alunos não apresentarão dificuldades nesse aspecto.

O aluno-professor AP5, ficou intrigado com esse assunto e resolveu fazer uma pesquisa à parte. Na aula seguinte, ele trouxe, para o grupo, um texto sobre o assunto discutido acima. Nesse texto, Markopoulos et al (2015) declara:

[...] o processo de visualização inclui a construção de uma imagem mental, sua representação e, quando necessário, sua adequada transformação. A extensão em que este processo de visualização é considerado como contribuindo para o desenvolvimento do pensamento matemático depende se ele leva à abstração e à generalização (MARKOPOULOS et al, 2015, p. 1054).

Mais a frente, Markopoulos et al (2015), conclui:

[...] Este estudo adiciona à literatura que visualização e conceptualização de objetos 3D são processos cognitivos complexos. Os alunos precisam se envolver com uma variedade de atividades de aprendizado para desenvolver suas habilidades para decodificar e codificar informações espaciais e, conseqüentemente, desenvolver o seu pensamento geométrico 3D.

[...] Do ponto de vista do professor em formação, entender a importância dos métodos de ensino alinhados, a fim de melhorar o raciocínio visual e espacial, deve ser para além dos fatores cognitivos individuais que podem limitar ou reduzir a capacidade de melhorar o processo de decodificação e codificação de informações de uma determinada tarefa matemática (MARKOPOULOS et al, 2015, p. 1058).

O grupo ficou satisfeito com o texto que corroborava a justificativa da professora-doutora e concordou que não haveria maiores dificuldades nesse aspecto.

Em um ambiente reflexivo e colaborativo, como é o *Lesson Study*, a troca de experiências entre os pares fortalece o vínculo de confiança (TAKAHASHI; YOSHIDA, 2004) e os anima na busca por alternativas aos obstáculos que surgem na construção de um caminho metodológico que potencialize a aprendizagem do aluno e auxilie o professor na melhor forma de abordar os conteúdos. O aluno-professor, AP5, escreveu no fórum:

AP5: - Isso que é legal no *Lesson Study*! Você não precisa carregar o mundo nas costas, pois todos colaboram abrindo um novo olhar, um ponto de vista que não tínhamos percebido. Dessa forma, o nosso repertório e compreensão se ampliam e nos motiva a buscar maneiras de adequar a situação de forma a não descaracterizar o problema e torná-lo mais compreensivo. O aluno não fica desmotivado por não conseguir uma representação mental e se sente a vontade para fazer suas tentativas.

Mais à frente, no planejamento, precisávamos antecipar possíveis soluções corretas e incorretas. Segundo Takahashi e Yoshida (2004), esse é um dos pontos fortes do *Lesson Study*, antecipar as possíveis respostas, equívocos, prever erros ou dúvidas que os alunos possam ter no decorrer da aula, bem como orientações por questionamentos e esclarecimentos

que o professor poderá dar para minimizar essas ocorrências. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), para realizar essa tarefa é necessário **Conhecimento de Conteúdo e Estudantes e Conhecimento de Conteúdo e Ensino**. Isso exigiu um grande esforço por parte do grupo de alunos-professores, mas o compartilhamento da experiência de cada um foi essencial, como demonstrado no diálogo extraído do nosso fórum:

AP3: - Um ponto que me chama muito atenção no *Lesson Study* é a preocupação em resolver um problema por várias vias: algébrica, esquemas, tabelas desenhos. Penso ser importantíssimo o professor conhecer várias formas de resolução e estar aberto a reconhecer novas resoluções caso algum aluno a apresente. Uma aula assim é excelente para o aluno desenvolver sua criatividade e ser valorizado pelas suas conquistas durante o processo de resolução.

AP5: - Vários caminhos e representações têm maiores chances de atingir o objetivo de se fazer entender. Tem alunos que são mais visuais recorrendo a desenhos, esquemas, diagramas. Outros são mais algebristas, numéricos. O importante é que cada um se sinta contemplado e não excluído por pensar diferente.

Professora-doutora: - Isso mesmo! Ver diferentes modos de resolver o mesmo problema aumenta o potencial matemático das pessoas. Muitas vezes a escola valoriza apenas um ou outro modo, mas essa prática é nociva. Estimular a visualização por outros modos é o mesmo que treinar os músculos em uma academia, basta exercitar. Complemento dizendo que ninguém gosta do que não entende. Se alguém é mais algebrista, é provável que não se sinta confortável resolvendo um problema ou visualizando um conteúdo pela geometria ou outro modo. Mas para superar esse problema nós, professores, devemos estimular o raciocínio por esse outros modos.

Foram muitas as situações que podiam ocorrer para cada atividade e essa tarefa normalmente não é realizada pelos professores. Alguns, pela experiência de magistério, já detectaram algumas reações e possíveis pensamentos errôneos dos alunos, mas isso não é feito de forma sistemática ou intencional. “O professor aprende a se virar na sala” e “A gente dá um jeito”, foram falas dos alunos-professores AP6 e AP1, respectivamente.

Entretanto esse conhecimento não pode gerar apenas improviso. Segundo Bezerra (2017), esse conhecimento-na-prática deve estar associado ao conhecimento-da-prática e ao conhecimento-para-a-prática de forma a gerar aprendizado profissional.

AP5: - Essa etapa foi a mais trabalhosa. Foram tantos detalhes que parecia não ter fim. Mas, foram necessárias cada intervenção e pontos destacados, pois ajuda a ter segurança na execução da aula. É muito importante estar preparado para diversas situações que possam surgir e ajudar os alunos na compreensão e na busca de uma estratégia para resolução sem induzir para o caminho que acho melhor, além de aclarar suas dúvidas para que eles percorram seu próprio caminho.

Como podemos perceber na fala do aluno-professor, extraída do fórum de discussão, a ideia da antecipação é justamente para o professor estudar e analisar esse tipo de situação e se preparar para responder da melhor forma possível, pois o objetivo maior é a promoção da

aprendizagem. Assim sendo, a condução correta e adequada nesses momentos, é de suma importância para a construção do pensamento do aluno (GAIGHER, 2017).

5.3 Execução da aula

Esse tópico busca evidenciar, na prática, os conhecimentos mobilizados durante o planejamento individual e principalmente no planejamento colaborativo.

A dinâmica a ser usada na aula, bem como a organização física da sala deve propiciar, ao professor, fácil acesso aos alunos e também permitir a visualização de suas produções, tanto pelo professor quanto pelos outros alunos. Isso é caracterizado como **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**. Os alunos-professores disseram que não se preocupam muito com isso, que fazem mudanças na sala quando querem fazer algo diferente, mas não com a preocupação de facilitar a visualização e o diálogo. Sendo assim, esse é mais um item que acrescentamos como contribuição do *Lesson Study* para nosso grupo.

Para essa aula, o grupo decidiu por uma organização em formato de “U” ao redor da sala, com duas mesas no centro que chamamos de “ilhas”. As “ilhas” servem para colocar o material a ser usado na aula e permitir a fácil visualização pelos alunos (Figura 37). Gostaríamos de destacar que, apesar de termos as autorizações para mostrar as imagens, optamos por tirar o foco dos rostos dos participantes porque as imagens faciais não contribuem para os resultados da pesquisa, mas sim o produto do que os alunos e alunos-professores fizeram.

Figura 37 - Organização da sala de aula.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

A primeira atividade foi a de comparação dos bolos. E como planejado, os bolos 1 e 3 provocaram uma divisão de opinião entre os alunos. Eles foram convidados, um a um, a colar

uma etiqueta com seu nome no bolo “escolhido”, ou seja, aquele que consideraram como maior, ou seja, que pudesse proporcionar “mais bolo” para a turma (Figura 38).

Figura 38 - Escolha dos bolos pelos alunos



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

A segunda atividade foi de medição de blocos de madeira usando bloquinhos como unidade de medida. Os erros e equívocos que haviam sido antecipados pelo planejamento foram demonstrados por alguns alunos, como exemplo a “medição contornando o lado externo ao bloco” (Figura 39), possibilitando o desenvolvimento do **Conhecimento de Conteúdo e Estudantes**. Dessa forma, a aluna-professora pôde orientá-los com mais segurança, pois tinha as orientações necessárias para esse tipo de situação, como “retirar o bloco e questionar sobre o buraco que ficou” (Figura 40).

Figura 39 - Equívoco de medição.



Figura 40 - Orientação do professor.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Isso permitiu que a professora tivesse mais confiança na orientação dos alunos, o que contribuiu para o desenvolvimento de **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**. Podemos perceber isso claramente na fala da aluna-professora AP3, durante a reflexão crítica:

AP3: - Foi interessante perceber que os diversos equívocos que os alunos estavam cometendo na hora de fazer a medição do volume dos blocos foram antecipados por nós, no planejamento. Isso me proporcionou uma segurança muito grande, pois eu sabia como deveria intervir para auxiliá-los. Se não tivéssemos antecipado esse tipo de situação eu estaria perdida.

Na terceira atividade, de produção, os alunos conseguiram variar suas estratégias, possibilitando o alargamento do seu pensamento em relação às estratégias de empilhamento dos bloquinhos (Figuras 41 a 44).

Figura 41 - Estratégia 1



Figura 42 - Estratégia 2



Figura 43 - Estratégia 3

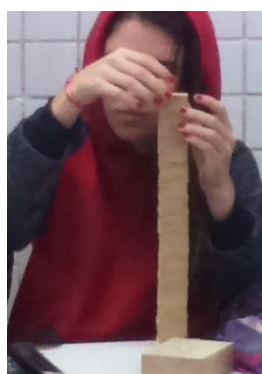


Figura 44 - Estratégia 4



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Após passar pelas três situações, de comparação, medição e produção, os alunos foram estimulados a voltar para a problemática inicial, de comparação dos bolos, para determinar qual dos dois (bolo 1 ou bolo 3) era maior em volume. Os bolos foram colocados nas “ilhas” no centro da sala (Figura 37), separados de acordo com as escolhas feitas por cada um e

identificadas pelas etiquetas colocadas em cada bolo. O objetivo era que os alunos usassem os bloquinhos, como unidade de medida de volume, para efetuar as medições dos bolos.

Em nosso planejamento, imaginamos que eles usariam todos os bloquinhos disponíveis para empilhá-los de acordo com o formato dos bolos. Mas, para nossa surpresa, os alunos usaram os bloquinhos para preencher a camada superior do bolo, cobrindo-a completamente, e depois verificaram a altura dos bolos (Figuras 45 e 46). Então, eles multiplicaram o comprimento e a largura da camada superior para determinar a quantidade de bloquinhos dessa camada e então multiplicaram pela altura, chegando ao total de bloquinhos e, conseqüentemente, ao volume do bolo.

Figura 45 - Medição da camada superior do bolo. Figura 46 - Medição da altura do bolo.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

A aluna-professora questionou os alunos se eles não usariam todos os bloquinhos e um aluno respondeu: "Não precisa! A gente cobre o bolo e descobre os bloquinhos de cima. Depois, a gente vê quantas camadas têm e multiplica. Aí achamos o total". Em nosso planejamento não havíamos previsto esse tipo de solução, e sim que os alunos usariam todos os bloquinhos necessários para fazer um empilhamento idêntico ao bolo. Não imaginamos que os alunos pudessem chegar tão longe, na estratégia usada para medir os bolos, e destacamos que deveríamos incluir essa possibilidade no replanejamento. Essa percepção da prática através da reflexão sobre os conteúdos, como os alunos podem aprender e a melhor forma de intervir contribui para o desenvolvimento da **prática reflexiva** (BEZERRA, 2017).

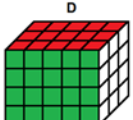
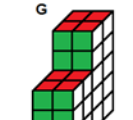
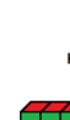
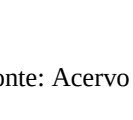
Apesar disso, a atividade foi elaborada de forma a permitir a integração e colaboração entre os alunos, e isso contribuiu para o sucesso de seu empreendimento, determinar o volume do bolo. E essa também é uma contribuição do *Lesson Study*, pois prioriza a aprendizagem do

aluno através de sua participação ativa e das trocas de ideias e estratégias entre os colegas. E essa é uma das características que Thompson (2015) considera como necessária para que ocorra aprendizado profissional.

Essa estratégia foi usada pelos dois grupos simultaneamente e concluíram que os dois bolos tinham o mesmo volume. A ideia de terem o mesmo volume foi pensada e decidida pelo nosso grupo durante o planejamento, a intenção era que a comparação gerasse a necessidade de medição e também para não causar frustração entre os dois grupos tendo um grupo como “vencedor”. Além disso, a situação possibilitaria o fortalecimento da ideia de dissociação da medida do volume e do objeto, conforme nosso referencial, Lima e Bellemain (2010), aconselham, pois objetos diferentes podem ter a mesma medida de volume.

Após esse momento, os alunos foram para o intervalo do recreio. Na volta, eles foram convidados a participarem do Quiz. Cada aluno recebeu uma folha sulfite com nove figuras e tiveram que responder a dez afirmações sobre as figuras (Figura 47).

Figura 47 - Figuras e afirmações que compõem o Quiz.

Figuras	Afirmações
	1. As imagens A e B possuem o mesmo volume.
	2. O volume do bloco C é de 12 u.v.
	3. O volume do bloco D é de 60 u.v.
	4. O volume do bloco F é menor que o do bloco C.
	5. O bloco que possui volume de 20 u.v. é o I.
	6. Dos blocos apresentados, o E é o que possui a menor medida de volume.
	7. O volume do Bloco G é maior do que o do bloco I.
	8. As imagens B e H possuem o mesmo volume.
	9. O bloco C tem 1 u.v. a mais do que o bloco H.
	10. O volume do bloco I é de 28 u.v.

Fonte: Acervo pessoal dos autores.

A aluna-professora fazia as afirmações e os alunos respondiam, levantando uma plaquinha, com as opções de verdadeiro ou falso (Figura 48).

Figura 48 - Plaquinha com opção de Verdadeiro (Frente) ou Falso (Verso).



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Dessa forma, a professora podia visualizar com mais facilidade as respostas dos alunos e fazer as intervenções necessárias para ajudar aqueles que não haviam compreendido (Figuras 49 e 50).

Figura 49 - Quiz, alunos mostrando a plaquinha com resposta “Verdadeiro”.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Figura 50 - Quiz, alunos mostrando a plaquinha com resposta “Falso”



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Esse momento foi importante para colocar em prática os **Conhecimentos de Conteúdo e Estudantes** e **Conteúdo e Ensino**. A ideia era poder verificar possíveis equívocos dos alunos e poder intervir naquele momento em que a dúvida se mostra de forma mais explícita. A intervenção do professor, por meio de questionamentos, de forma a estimular o fluxo de pensamento dos alunos, propicia um momento rico de trocas de ideias entre professor-aluno e aluno-aluno. Esses momentos são de extrema importância porque contribuem para o desenvolvimento do conhecimento-na-prática (BEZERRA, 2017).

5.4 Reflexão da Aula

Logo após o encerramento da aula, os alunos foram liberados e o grupo de professores continuou reunido na mesma sala para realizar a reflexão da aula executada. De posse das anotações feitas durante a aula: se o planejamento alcançou os objetivos propostos, se houve necessidade de alteração por parte do professor ou se houve algum imprevisto; os professores começaram a refletir sobre a execução.

Essa é uma parte essencial do *Lesson Study*, pois permite aos professores associarem o conhecimento teórico com o conhecimento prático através do estudo, investigação e reflexão, desenvolvendo o **conhecimento-da-prática** (BEZERRA, 2017).

A aluna-professora AP3, executora da aula, começou dizendo que ficou impressionada de ver os alunos cometendo os equívocos de empilhamentos que havíamos antecipado no planejamento e como essa antecipação ajudou a sentir-se segura para auxiliá-los:

AP3: - Foi interessante perceber que os diversos equívocos que os alunos estavam cometendo na hora de fazer a medição do volume dos blocos foram antecipados por nós, no planejamento. Isso me proporcionou uma segurança muito grande, pois eu sabia como deveria intervir para auxiliá-los. Se não tivéssemos antecipado esse tipo de situação eu estaria perdida.

O **Conhecimento de Conteúdo e Estudantes** quando utilizado durante o planejamento possibilita o desenvolvimento do **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**. Mas nem sempre esse conhecimento é utilizado pelos professores, pois seus planejamentos normalmente não abordam esse tipo de situação que emana essa necessidade, como pudemos perceber pelos planejamentos individuais.

Entretanto o *Lesson Study* possibilitou isso. É parte imprescindível do planejamento a antecipação de dúvidas, equívocos e erros que os alunos podem cometer. Bem como a antecipação de intervenções necessárias para cada situação. Isso traz mais segurança para o professor que saberá exatamente como proceder nesses casos.

O aluno-professor AP5, destacou também a diversidade de estratégias utilizadas na atividade de produção:

AP5: - Achei interessante que os alunos estavam fazendo seus empilhamentos e ao fazerem testavam empilhamentos diferentes. Eles perceberam que ao mover alguns blocos conseguiam outra estratégia.

Podemos complementar com a colaboração entre os pares como ingrediente necessário para pensar nas possibilidades de estratégias que poderiam ser usadas. Esse ponto também destaca outro diferencial do *Lesson Study*, a troca de experiências entre os participantes possibilita o desenvolvimento de conhecimento da prática para ser usado na prática. Isso envolve o **Conhecimento de Conteúdo Especializado** de matemática e **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**. Isso fica bem evidente nas declarações seguintes:

AP4: - Acho que um dos grandes ganhos do *Lesson Study*, desse planejamento, é a gente conseguir alargar as possibilidades de respostas das estratégias dos alunos. A gente não dá conta de pensar em todas. Quando a gente tá em grupo surge mais possibilidades. A gente os viu fazendo e “Nossa! Eles estão fazendo de todas as formas, né!”

Professora-doutora: - Por isso é tão importante a gente estar junto. Cada um pensa de um jeito, então a diversidade “pintou” no nosso grupo.

A professora-doutora destacou que as “ilhas” (mesas colocadas no centro da sala), usadas para colocar os bolos e depois para os alunos medirem seus volumes, se mostraram pequenas e não permitiram que muitos alunos tivessem acesso no momento da medição e que deveríamos pensar em alguma forma de melhorar isso (Figura 51).

Figura 51 - Alunos em volta das “ilhas” para fazerem a medição dos bolos.



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Uma possibilidade apontada pelo grupo foi usar quatro mesas juntas o que aumentaria o contorno, possibilitando um número maior de pessoas em volta, para realizar a medição.

Ela também ficou preocupada com a visita dos alunos aos trabalhos dos colegas durante o *Bansho* (Figura 52). Durante a atividade de produção foi pedido que os alunos visitassem as estratégias dos colegas e a professora-doutora teve a impressão de que não surtiu muito efeito.

Figura 52 - Observando e acessando as estratégias dos colegas (*Bansho*).



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

O que foi corroborado pelo aluno-professor AP5:

AP5: - Teve aluno que só rodou, mas não olhou.

Entretanto os outros membros do grupo discordaram desta visão:

AP4: - Pelo contrário! Acho que valeu a pena sim. Eles ficaram um pouco embolados, mas eles viram que o do outro era diferente na forma.

AP1: - Sem dúvida, o interesse foi muito maior! Eles queriam entender como o outro havia feito.

AP3: - Achei importante que a professora chamou a atenção dos alunos para as estratégias. “Olha esse aqui! E aquele ali!” Foi interessante, foi diferente esse fechamento que ela fez. Não ficou o “olhar por olhar”, ela chamou a atenção para o formato que cada um fez.

Os alunos terem acesso a variadas estratégias permite o alargamento do seu pensamento matemático e o professor dar especial atenção a esse momento é de suma importância (Figura 53).

Figura 53 - Professora incentivando os alunos a visualizarem as estratégias dos colegas (*Bansho*).



Fonte: Acervo pessoal dos autores.

Então, o grupo chegou ao consenso de manter isso no planejamento. A única ressalva foi feita pela aluna-professora AP2, destacando que seria importante melhorar a visualização:

AP2: - Acho que poderia melhorar a visualização pedindo da próxima vez que retirem os outros objetos de cima da mesa. Eu sou muito chata pra isso. Só o material que vai usar fica na mesa, o resto coloca no chão ou embaixo da mesa.

O foco sempre deve ser a aprendizagem do aluno e tudo que puder ser usado para potencializar isso deve ser levado em conta pelos professores.

Outro fato destacado foi a necessidade de aplicação do *quiz*:

AP2: - Acho que não haveria necessidade do *quiz*. Durante a aula deu pra ver se eles estavam entendendo ou não.

AP5: A ideia não é só verificar se eles entenderam, mas poder intervir naquele momento na dúvida mostrada pela resposta errada. A professora perguntava: “mas como você fez aí?”.

Professora-doutora: A intervenção precisa ser feita ali, naquele momento.

O grupo ponderou que a utilização do *quiz* era para ajudar o professor a visualizar com mais facilidade os alunos que ainda apresentavam dúvidas em relação ao conceito de volume, bem como ajudá-lo a intervir naquele exato momento. Mas, também surgiu de uma necessidade particular de um dos membros do grupo que pensava ser necessária uma avaliação mais direta e individual. Os outros membros discordaram dessa visão, mas resolveram aceitar e modificar essa proposta moldando-a como um *quiz*, de verdadeiro ou falso. Isso porque um dos

participantes já havia feito esse tipo de atividade e havia conseguido ter muito êxito, pelos motivos expostos acima.

Como podemos perceber, em muitos casos não há um consenso entre os participantes, pois todos têm suas próprias experiências profissionais. Mas, isso não é um obstáculo e sim um enriquecimento. Os saberes de cada um refletem e interferem nos saberes do outro. Em um grupo de *Lesson Study*, o comprometimento, a confiança, e a igualdade de relações, em que um não se coloca acima do outro, permite que haja a exposição de ideias e pensamentos e compartilhamento de experiências que, através da colaboração, chegam a uma ideia aceita pelo grupo.

Para completar a reflexão, o aluno-professor AP5 fez um destaque para um direcionamento, dado pela professora durante a aula:

AP5: - Fiquei preocupado com o direcionamento da professora da resolução por camadas. Foi dada muita ênfase a essa estratégia, mas teve alunos que estavam contando um a um e outros que estavam contando por camadas verticais.

AP3: - Eu vi isso, mas como a maioria estava fazendo por camadas, não poderia deixar passar a oportunidade de destacar essa estratégia.

Professora-doutora: - Tanto a contagem um a um como por camadas resolvem o problema, mas os alunos se encontram em níveis diferentes. O aluno que conta um a um precisa de mais estímulos para avançar de nível.

AP5: - A literatura diz isso. Os alunos que contam um a um estão com a visão unidimensional de volume, enquanto que quem multiplica as camadas têm a visão tridimensional de volume.

A professora teve a preocupação de destacar essa estratégia por ter sido a mais usada entre os alunos. Mas pelo debate exemplificado acima, ela também percebeu outras formas de resolução. O destaque das principais ideias trabalhadas na aula deve ser feito pelos alunos no momento de se fazer o *Neriage*. O *Neriage* é quando os alunos fazem uma síntese das principais ideias que aprenderam durante a aula. Apesar de haver indícios de aprendizagem dos alunos, infelizmente não conseguimos realizá-lo. Além disso, foi importante para o grupo saber que os alunos se encontram em níveis diferentes e é necessário possibilitar outras experiências para que possam avançar em seu conhecimento.

A professora-doutora lembrou ao aluno-professor AP5 a sua preocupação com a atividade em folha (*Quiz*). Ele achava que os alunos teriam dificuldade com a atividade impressa porque não houve uma transposição do material concreto para a representação impressa.

Professora-doutora: - Lembra que você tinha a preocupação se os alunos conseguiriam fazer a atividade no papel? Eu sabia que conseguiriam porque a

literatura diz isso. Ao manipularem o material eles criaram uma imagem mental para aquilo. Ao trabalharem no concreto seu cérebro estava criando sinapses sobre essa experiência.

AP5: - Eles estavam criando sua representação interna... Mas a minha preocupação era que nós não trabalhamos a representação no papel, apenas no concreto e o livro didático, por exemplo, apresenta a representação no papel.

Professora-doutora: - Exato! Os livros só trazem a representação no papel, falta o professor trabalhar no concreto. Ao trabalhar no concreto, os alunos começam a abstrair a situação e essa abstração é que vai ajudar a entender a representação no papel.

AP4: - Tanto é que ao fazerem a medição dos bolos, eles não fizeram o empilhamento igual aos bolos. Eles fizeram uma camada e multiplicaram pela altura. Já estavam abstraindo... já imaginaram as outras camadas.

Professora-doutora: - O aluno que só trabalha no papel terá mais dificuldades em geometria com a questão espacial e de perspectiva, rotação e translação e outras coisas. E isso que a gente fez alargou sim a sua compreensão espacial.

Todos perceberam que os alunos transitaram entre os quatro processos mentais elencados por Battista (2003): “formação e utilização de modelos mentais, estruturação espacial, localização de unidades e organização dos elementos de uma composição” (BATTISTA, 2003, p.122). Esses processos ajudam na abstração citada acima, pela aluna-professora AP4, facilitando a compreensão de outros tipos de representação.

O grupo encerrou a reflexão concluindo que houve domínio, por parte dos alunos, sobre o conceito de volume e que o plano de aula precisava de ajustes mínimos.

6 CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E INDICAÇÕES DE CONTINUIDADE

O trabalho desenvolvido pretendia investigar algumas contribuições do *Lesson Study* para a formação dos professores de matemática através de aulas que promovessem a construção do conceito de volume. Para tal buscamos identificar os conhecimentos específicos de matemática sobre volume e os conhecimentos pedagógicos do professor mobilizados pelo *Lesson Study*.

Em relação aos **conhecimentos específicos de matemática** sobre volume os professores apresentaram, através do planejamento individual, um conhecimento de volume apenas como medida, enfatizando atividades que promoviam o procedimento de cálculo de volume e a necessidade de uma série de pré-requisitos para o desenvolvimento de suas aulas.

Durante o planejamento colaborativo, sob as premissas do *Lesson Study*, os professores puderam pesquisar e refletir sobre outros aspectos de volume, como a necessidade de desenvolver atividades de medição, comparação e produção, além de promover a dissociação e articulação dos quadros geométrico, numérico e das grandezas para que os alunos possam compreender volume como uma grandeza e se apropriar de seu conceito. Também conseguiram ampliar seu conhecimento de volume pela associação com outros conceitos interligados a essa grandeza, como capacidade, área, massa e densidade. Também perceberam que não é necessário começar com unidades de medida padronizadas, pois o foco deve ser o conceito e o uso de unidades não padronizadas nesse momento pode contribuir para sua compreensão.

Em relação aos **conhecimentos pedagógicos** mobilizados pelo *Lesson Study*, podemos destacar o **Conhecimento de Conteúdo e Estudantes**, ao antecipar os tipos de acertos, dúvidas, equívocos e erros que os alunos poderiam apresentar no decorrer das atividades propostas. Bem como o **Conhecimento de Conteúdo e Ensino**, ao pensar nos melhores exemplos, nos materiais a serem usados, na arrumação da sala, nos questionamentos e esclarecimentos que poderiam fazer, frente às demandas apresentadas pelos alunos durante as aulas, de forma a promover e facilitar o fluxo de pensamento dos alunos. Isso não era feito por parte dos alunos-professores, pelo menos não de forma sistematizada, apenas improvisada.

Também perceberam a riqueza do trabalho colaborativo, como forma de ampliar seus conhecimentos pelo estudo, troca de experiências e riqueza de pensamento que,

individualmente não alcançariam, pois são variadas as situações que ocorrem em sala de aula e em conjunto, com compromisso, confiança e respeito, puderam ampliar sua visão e ter consciência das melhores ações a serem tomadas para potencializar o alcance dos objetivos propostos. Complementamos dizendo que o foco do *Lesson Study* é priorizar a aprendizagem do aluno através de sua participação ativa e das trocas de ideias e estratégias entre os colegas. E isso pôde ser percebido em nosso *Lesson Study*.

Como limitação de nossa pesquisa, podemos citar a impossibilidade de acompanhamento desses alunos-professores em suas salas de aula para verificar se as contribuições, observadas nesse trabalho, influenciarão sua rotina diária junto aos seus alunos. Pois o foco do desenvolvimento profissional do professor não pode parar nele mesmo, mas alcançar também aqueles que são diretamente influenciados pelo seu trabalho: os alunos.

Também gostaríamos de sugerir que para futuras edições de *Lesson Study*, sobre aulas de volume, houvesse uma atenção maior ao *Neriage* e que pudessem avançar no trabalho de construção do conceito, acrescentando atividades que envolvam o uso de unidades de medida diferentes, uso de unidade padronizada de volume, bem como o estabelecimento da relação entre volume e capacidade.

7 PRODUTO EDUCACIONAL

O mestrado profissional se diferencia do mestrado acadêmico pela necessidade do mestrando desenvolver um produto educacional.

Os produtos educacionais desta pesquisa foram dois: um Guia Didático e um Vídeo Animação explicando e exemplificando o processo de planejamento, execução e reflexão de aulas para a construção do conceito de volume via *Lesson Study*, para que possam auxiliar o trabalho dos Professores de Matemática, de forma a contribuir para o seu desenvolvimento profissional.

No Guia Didático damos uma breve explicação sobre as etapas do *Lesson Study*, os conhecimentos necessários à profissão de professor, conhecimentos especializados sobre a grandeza volume, bem como nossa experiência de construção colaborativa de aulas para a construção do conceito de volume. No Vídeo Animação procuramos contar, de forma mais lúdica e instrutiva, a experiência relatada em nosso Guia Didático, sendo uma complementação do mesmo.

Ambos os produtos se encontram disponíveis no *site* do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT) por ser um meio de ampla divulgação e acesso livre.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1999.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special?. **Journal of Teacher Education**, East Lansing, v. 59, n. 5, p. 389–407, nov. 2008.

BATTISTA, M. T. Understanding Students' Thinking about Area and Volume Measurement. In: Clements, D.H.; Bright, G. (ed.). **Learning and Teaching Measurement**: 2003 Yearbook. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, p. 122-142, 2003.

BEZERRA, R. C. **Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental no contexto da lesson study**. 2017. 210 f. Tese de Doutorado - Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal Paulista, São Paulo, 2017.

BJULAND, R.; MOSVOLD, R. Lesson study in teacher education: Learning from a challenging case. **Teaching and Teacher Education**, [S. I.], v. 52, p. 83-90, sep. 2015.

BORKO, H. Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. **Educational Researcher**, [S. I.], v. 33, n. 8, p. 3-15, nov. 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília: Mec, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação/Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAMPOS, N. Q. **O Lesson Study potencializando o ensino aprendizagem da operação de divisão**. 2018. 121 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, v. 20, n. 4, p. 387-424, nov. 1989.

ESTRELLA, S.; OLFOS, R. Estudio de clases para el mejoramiento de la enseñanza de la estadística en Chile. In: Salcedo, A. **Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas**. Venezuela: Universidad Central de Venezuela, p. 167-192, 2013.

FERNANDEZ, C. Learning from Japanese approaches to professional development: The case of lesson study. **Journal of Teacher Education**, East Lansing, v. 53, n. 5, p. 393–405, nov. 2002.

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do Ensino Médio: um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais**. 2013. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

FUJII, T. Implementing japanese lesson study in foreign countries: misconceptions reviewed. **Mathematics Teacher Education and Development**, Australia, v. 16, n. 1, p. 2-18, jun. 2014.

GAIGHER V. R. **Formação do professor de matemática em aulas de resolução de problemas a partir de ações colaborativas e reflexivas**. 2017. 157 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2017.

GOOGLE MAPS. Rota do IFES à escola EMEF Suzete Cuendet. Disponível em <<https://www.google.com/maps/>>, Acesso em 15 abr. 2018.

HARSONO, M. **The Impact of Lesson Study on Primary School Teachers' Knowledge and Skills in Differentiating Primary School Mathematics Instruction: A Digital Mixed Methods Approach**. 2016. 292 f. Theses (Doctor of Philosophy) - School of Education, Curtin University, Bentley, 2016.

HIEBERT, J; GROUWS, D. A. The effects of classroom mathematics teaching on students learning. In: Lester, F. K (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Greenwich: National Council of Teachers of Mathematics, p. 371-404, 2007.

HILL, H. C.; ROWAN, B.; BALL, D. L. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. **American Educational Research Journal**, United Kingdom, v. 42, n. 2, p. 371-406, mar. 2005.

HILL, H.C. et al. Measuring the Mathematical quality of instruction: Learning Mathematics for Teaching Project. **Journal for Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 14, n.1, p. 25-47, feb. 2011.

INEP, MEC. **Brasil no PISA 2015: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros/OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico**. São Paulo: Fundação Santillana, 2016.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: CARVALHO, J. B. P. F. (coord.). **Matemática: Ensino fundamental**. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Básica, v. 17, Cap. 8, p. 167-200, 2010.

MARKOPOULOS, C.; CHASELING, M.; PETTA, K.; LAKE, W.; BOYD, W. Pre-Service Teachers' 3D Visualization Strategies. **Creative Education**, United States, v. 6, n. 10, p. 1053-1059, jun. 2015. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.4236/ce.2015.610104>>, Acesso em: 30 mar. 2018.

MELLO, L. F. **Formação do conceito de área e perímetro a partir de aulas baseadas no modelo Lesson Study**. 2018. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

MORAIS, L. B; BELLEMAIN, P. M. B. Análise da abordagem do conceito de volume nos livros didáticos de Matemática para os anos finais do ensino fundamental sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. In: Congresso de Iniciação Científica – XVIII Conic... 2010, Universidade Federal de Pernambuco, 2010. Recife. **Anais...** 2010.

PONTE, J. P. da. Formação do Professor de Matemática: Perspectivas Atuais. In: Ponte, J. P. da. (org). **Práticas Profissionais de Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 343-358, 2014.

PONTE, J.P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 30, n. 56, p. 868-891, dez. 2016.

QEdU Academia. Respostas dos professores para Especial planos municipais de educação. Disponível em <<https://www.qedu.org.br/brasil/pessoas/professor>>, Acesso em: 30 nov. 2018.

SERRA, S. C. C. **Conceito de volume:** uma experiência no 6º ano de escolaridade. 2010. 94 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico) - Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa, 2010.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, United States, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 1 - origem e principais características - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 7min04s. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=z-S3g7Yup4c&t=1s>>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 2 - currículo e metas - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 4min27s. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=4UPj1NtDehw>>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 3 - research lesson (pesquisa de aula) - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 3min51s. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=j1-HBli0uyE>>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 4 - research lesson (pesquisa de aula) - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 5min59s. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=MTCISOCBUz0>>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 5 - bansho-neriage-matome - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 3min57s. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=BnaehYc_MU>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study - parte 6 – reflexão - Maria Alice. **Youtube**. 2019. 3min56s. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=jjWT_pwaJMk>. Acesso em: 30 ago. 2019.

SOUZA, M. A. V. F. de; WROBEL, J. S.; GAIGHER, V. R. Planejamentos colaborativos e reflexivos de aulas baseadas em resolução de problemas verbais de matemática. **VIDYA**, Santa Maria/RS, v. 37, n. 1, p. 51-73, jan./jun., 2017.

SOUZA, M. A. V. F. de; WROBEL, J. S.; GAIGHER, V. R. Quality assessment of instruction in mathematics problem solving classes by the lesson study method: an evaluative instrument. **Ifes Ciência**, Vitória, v. 3, n. 1, p. 143-172, 2017.

TAKAHASHI, A.; YOSHIDA, M. Ideas for establishing Lesson-Study communities. **Teaching Children Mathematics**, United States, p. 436–443, may 2004.

TAKAHASHI, A. Characteristics of Japanese mathematics lessons. **Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics**, Toquio, v. 25, p. 37–44, 2006.

THOMPSON, D. **An Analysis of the Perceived Impact of Lesson Study on Improving Secondary School STEM Teacher Effectiveness**. 2015. 136 f. These (School of Teaching, Learning and Leadership) - College of Education and Human Performance, *University of Central Florida*, Orlando, v. 1311, 2015. Disponível em <<http://stars.library.ucf.edu/etd/1311>>. Acesso em: 15 abr 2018.

VAN DER MER, I. A. da S. **Aprendizagem do conceito de volume**: uma proposta didática compartilhada com licenciandos da matemática. 2017. 102 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

VITÓRIA. **Diretrizes curriculares para o ensino fundamental e educação de jovens e adultos (EJA)**. Vitória: Secretaria Municipal de Educação, 2018. Disponível em <http://www.ibade.org.br/Cms_Data/Contents/SistemaConcursoIBADE/Media/PMVEDUC2019/edital/DIRETRIZES-CURRICULARES-DO-ENSINO-FUNDAMENTAL-Oficial-21-12-2018.pdf>. Acesso em: 15 set. 2019.

APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA SEME – PMV**AUTORIZAÇÃO**

Autorizo o mestrando ROGER ARTHUR JAHRING WANDERLEY, regularmente matriculada no curso de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática do Programa de Pós-graduação em Educação do Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (CEFOP) do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) a utilizar os dados já coletados na realização da pesquisa piloto: **ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO LESSON STUDY PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AULAS QUE PROMOVAM A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE VOLUME**, a partir do Lesson Study. Cabe ressaltar que em nossa orientação para desenvolvimento de pesquisa e investigação acadêmica, orientamos que primeiramente o Projeto deve ser submetido e avaliado na SEME(Central) para a devida análise e posteriores orientações, assim como emissões de protocolos e discussões nas Escolas a serem pesquisadas.

Como apresentado no projeto escrito, a pesquisa aqui informada, já teve sua realização como Projeto Piloto no primeiro semestre/ 2018 e apresenta um indicativo de continuidade para 2019.

Desse modo, indicamos que o pesquisador deverá dialogar com o/a gestor/a da Unidade de Ensino (EMEF Suzent Cuendet), do/a qual receberá orientações e encaminhamentos devidos para desenvolver a investigação.

Cabe, ainda, à solicitante elaborar Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para ser assinado pelos profissionais envolvidos na pesquisa recebendo, assim, autorização para utilização dos dados coletados que deverão ser analisados sob a ética da pesquisa científica e apresentar os resultados do estudo aos (às) profissionais desta Rede Municipal de Ensino, sob a forma de formação planejada junto à GFDE.

As informações coletadas deverão ser utilizadas exclusivamente para a realização da pesquisa acima enfocada, sob o acompanhamento da Gerência de Formação e Desenvolvimento da Educação-GFDE.

Vitória-ES, 26 de dezembro de 2018


Janine Mattar Pereira de Castro
Subsecretária de Gestão Pedagógica

APÊNDICE B – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA EMEF – SUZETE CUENDET

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

TERMO DE AUTORIZAÇÃO

Eu, Rubia Dias Fraga Xibili, ocupante do cargo de direção geral da EMEF – Suzete Cuendet, Vitória – E.S., autorizo a realização da pesquisa científica intitulada *ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO LESSON STUDY PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AULAS QUE PROMOVAM A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE VOLUME*, no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, sob responsabilidade do Prof. Roger Artur Jähring Wanderley e orientado pela pesquisadora Profa. Dra. Maria Alice Veiga Ferreira de Souza.

Afirmo que fui devidamente orientada sobre a finalidade e o objetivo da pesquisa, bem como sobre a utilização dos dados, exclusivamente para fins científicos, e sua divulgação posterior, sendo que meu nome, o dos professores e dos alunos envolvidos na presente pesquisa serão mantidos de acordo com os padrões profissionais de sigilo, com a utilização de nomes fictícios para a apresentação dos dados coletados. Caso necessário, a qualquer momento poderei revogar este termo de autorização, se comprovada atitudes que causem prejuízo à instituição ou que comprometam o sigilo dos dados dos participantes desta pesquisa. Estou ainda devidamente informado de que em qualquer etapa do estudo, poderei ter acesso ao pesquisador responsável, Roger Artur Jähring Wanderley, que pode ser encontrada no endereço Rua Sacarov, nº12, Cidade Continental, Serra-ES, Tel (27) 99956-4916 e (27) 3318-1463.

Assim, tenho sido informado dos objetivos de maneira clara e detalhada, autorizo a utilização e a divulgação dos dados pelo fato de a pesquisa ter sido desenvolvida na EMEF – Suzete Cuendet, Vitória – E.S.

Vitória, 11 de Janeiro de 2019



Diretora da EMEF – Suzete Cuendet

Rubia Dias Fraga Xibili
Diretora Escolar
Port. Aut. 053/2018-PMV/SEME
"EMEF" "Suzete Cuendet"

PREFEITURA MUNICIPAL
Secretaria Municipal de Educação
EMEF - SUZETE CUENDET
Ato de aprovação de Projeto
Combinado com a Prefeitura
Ato de Aprovação de Projeto
nº 1175/2019
Data: 10/01/2019
Assinatura: [illegible]



INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo

Centro de Referência em Formação
e em Educação a Distância

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.



INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____, CPF _____, estado civil _____, declaro estar ciente de minha participação voluntária na investigação desenvolvida pelo Prof. Roger Artur Jähling Wanderley, orientado pela pesquisadora Profa. Dra. Maria Alice Veiga Ferreira de Souza, intitulada *ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO LESSON STUDY PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA EM AULAS QUE PROMOVAM A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE VOLUME*, no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo.

Autorizo a utilização das informações coletadas em gravações de áudio/vídeo das quais farei parte desde que sua divulgação seja por nome fictício, imagem de rosto esmaecida e vozes não identificáveis, a fim de resguardar o sigilo necessário. A presente autorização abrangerá os seguintes aspectos: gravação de voz e imagem em entrevista e outros instrumentos de coleta de dados, aplicação de problemas e avaliações escritas, todos podendo ser individual ou grupal. Não haverá identificação em nenhum tipo de publicação, escrita ou não.

Estou ciente de que em qualquer etapa do estudo, terei acesso à pesquisadora responsável - Profa. Dra. Maria Alice Veiga Ferreira de Souza pelo endereço eletrônico alicevfs@hotmail.com. Ademais, declaro ter sido informado(a) de que a minha participação representa riscos de mínimos constrangimentos para mim, restringindo-se à aspectos didáticos-pedagógicos e que serão tomadas todas as providências e cuidados para tal risco. A experiência pretende contribuir para minha formação continuada educacional. Além disso, não terei nenhum custo nem receberei nenhuma vantagem financeira.

Sei que posso recusar minha participação no estudo e que, a qualquer momento, posso retirar meu consentimento, sem necessidade de justificativa. Fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Recebi uma via original deste termo de consentimento livre e esclarecido. Assim, manifesto meu livre consentimento em participar da referida pesquisa.

Vitória, ____ de _____ de 2018.

Assinatura do participante

ANEXO – PLANOS DE AULA INDIVIDUAIS SOBRE VOLUME.

PLANO 1

Disciplina: Matemática

Tema: Volume

Público Alvo: 6º Ano

CONTEÚDO:

Neção de Volume:

Unidades de medida de Volume.

OBJETIVOS:

Relacionar o volume do objeto com a quantidade de espaço que ele ocupa;

Identificar e nomear a unidade de volume;

Relacionar a unidade de volume aos múltiplos e submúltiplos correspondentes.

MATERIAL UTILIZADO:

Caixas retangulares de diversos tamanhos:

Régua:

PROCEDIMIENTO:

Distribuir uma caixa e uma régua a cada aluno:

Pedir que os alunos identifiquem quantas dimensões tem a caixa (conversar sobre isso):

Após identificar as dimensões, meça cada uma delas e anote o resultado (observem se estão todas na mesma unidade de medida):

Encontre o volume multiplicando as três dimensões (não se esqueça de multiplicar também a unidade), faça uma anotação visível do resultado na caixa e compare com o do colega:

Os alunos irão organizar as caixas por ordem de volume do maior para o menor volume encontrado;

Discutir o resultado.

OUTRAS INFORMAÇÕES:

Sugerir que os alunos pensem a respeito do volume de objetos com outras formas geométricas.

AVALIAÇÃO:

Observação sistêmica do envolvimento discente no desenvolvimento da aula.

Ensino informativo X Ensino formativo.

PLANO 2

Ve disse: "meus alunos já têm conhecimentos prévios sobre cálculo de áreas?" E sobre o q é área? e perímetro? Se sabem calcu-
lar, mas não o q é?

Plano de Aula de Matemática

Data: 22/08/2018

Turma: 9º ano matutino.

Carga horária: 2 aulas de 50 minutos

Conteúdo: Volume dos sólidos geométricos.

Recursos: Sólidos geométricos, régua, trena.

Objetivos: Partindo de objetos concretos, e de conhecimentos prévios de outros conteúdos ministrados em sala de aula, tais como unidades de medidas e suas conversões, cálculo de perímetros, áreas de algumas figuras geométricas, áreas de superfície de poliedros, dos conceitos de polígonos e poliedros, estimular e orientar os alunos a calcular o volume dos sólidos.

Metodologia: Apresentar os sólidos, analisar e discutir suas propriedades físicas, e a partir daí desafiá-los a desenvolver fórmulas para calcular seus volumes, construir o conhecimento, e compartilhar com os colegas como desenvolveram seus cálculos, e refazê-los na lousa. Participar com explicações e dicas na construção destes conhecimentos. Apresentar os sólidos com suas respectivas medidas.

Volume dos sólidos geométricos

Os alunos deverão calcular o volume de:

Cubo, ($V = \text{Comprimento} \times \text{largura} \times \text{profundidade}$) ou L^3 .

Bloco retangular, ($V = \text{Comprimento} \times \text{largura} \times \text{profundidade}$)

Cilindro, ($V = \text{base} \times \text{altura}$) Base = $\pi \cdot r^2$ $\pi = \text{circunferência/diâmetro}$

Após a construção e o entendimento dos conceitos, resolução e explicações na lousa com participação dos alunos, serão aplicadas atividades de aprendizagem a serem realizadas em duplas e corrigidas na lousa com a participação das duplas na resolução dos problemas. A partir daí cada dupla vai desenvolver outros problemas envolvendo o cálculo de volume, e estes serão sorteados para que outra dupla os resolva. Atividades de fixação para casa.

Avaliação.

Será avaliada a participação individual e grupal, o envolvimento, o compartilhamento do conhecimento, o trabalho em equipe, e o aprendizado.

o q são objetos tridimensionais? Ve explicam uma compreensão?

ve quer q sejam objetos conheci-
dos. Ok! Depois podemos
avancar pt objetos n conhecidos.

(!)

esses
são mais
que - repus-
tos, certo.

se calcular? E = converti:

grais?

grais;

como? Depois se pode
ser fácil - pt. de desmistificar
e não deixar dúvidas a pt. de
desmistificar.

ensino
informativo
A q é onde
se quer
chegar!
como se
constrói
essa construção
da?

grais?

ve trabalhou os conceitos?

n me
parece
haver
interacç.

n deveria ser explicações dos próprios alunos?

falta!
como?

PLANO 3

Turma: 6º Ano

Conteúdo: **Volume**

foram p/ as aulas? Se sim, q' foram unitas.

Objetivos:

- Desenvolver a percepção geométrica tridimensional;
- Fazer associação entre um paralelepípedo retângulo e sua planificação e entre um cubo e sua planificação; *pl. q'ê? qual sua intenção?*
- Identificar as figuras que compõem as faces de um paralelepípedo retângulo e de um cubo; *sem aluno p/ê = p'ê não?*
- Identificar faces, vértices e arestas e contá-las; *Show! Mas como contar o p'ê não?*
- Desenvolver a leitura e desenho de figuras tridimensionais formadas por cubinhos em malha triangular; (!)
- Desenvolver estratégias de contagem de cubos que formam uma caixa (paralelepípedo retângulo);
- Estabelecer um cubo unitário para medir o "espaço" ocupado por uma caixa (!) (paralelepípedo retângulo);
- Fazer relação entre o "espaço" ocupado e o volume.

(!)

o q' foi explicado no vídeo, n' está aqui.

Procedimento:

- Pedir para os alunos trazerem embalagens (caixinhas de papel) de creme dental, perfume, sabonete ou remédio. Fazer uma análise das faces que a compõe. Contar faces, vértices e arestas;
- Fazer a planificação das caixinhas e copiá-la em folha de papel sulfite. Fazer a montagem de uma nova caixinha a partir da planificação;
- Distribuir cubinhos do material dourado para os alunos formarem pilhas com eles. Pedir para contarem a quantidade de cubos que formam cada pilha e explicar a estratégia usada;
- Distribuir malha triangular e desenhar figuras formadas por cubinhos com os alunos; Pedir para contarem os cubos que formam cada figura;
- Entregar atividade em folha com figuras formadas por empilhamento de cubinhos e pedir para os alunos descobrirem a quantidade de cubinhos que formam cada figura;
- Mostrar caixas divididas em cubinhos para, em grupo, os alunos contarem os cubinhos que as formam; Virar as caixas sobre outras faces e pedir que repitam o procedimento anterior. Perguntar qual conclusão chegaram;
- Mostrar caixas de tamanhos diferentes e pedir que contem os cubinhos de cada uma (A maior deve ser dividida em cubos maiores e a quantidade de cubos deve ser menor do que da outra caixa). Questioná-los por que a caixa maior tem menos cubos se ocupa mais "espaço" e leva-los a concluir a necessidade dos cubos serem do mesmo tamanho (cubinhos unitários padrão) para poder comparar seus "tamanhos";
- Fazer os alunos associarem o "tamanho" ou "espaço" ocupado por uma caixa com seu "volume".

como se vai medir isso?

Avaliação:

- Participação nas atividades em grupo e individual;
- Prova individual.

cadê?